

La discussione matematica in una prima elementare: resoconto di una esperienza

Mariella Pantaleo*

Abstract

Is it possible to teach mathematics from the first year of primary school through “mathematical discussion” in class?

Is it possible to infer to conjecture to demonstrate from spontaneous natural concepts, with the aim of constructing a mathematical knowledge which is more and more rigorous and formal?

Three years of primary school, from the first to the third, were documented and with patience and continuity, and among the variables which it was possible to study, the activities of discussion and the capacities of inferring and or demonstrating and writing the resolutive strategies which are within mathematical problems were analyzed. The film which report these didactic activities are a valid support in the training workshops organized for the students of “Scienze della Formazione Primaria” di Palermo and together with all the other material collected the form of a hypertext. The complete multimedial package offers the possibility of multiple viewings and readings. The study of the programming of the individual didactic activities, the possibility of analyzing different approaches, to the contents of the discipline itself, the observation of the educational atmosphere and method, the description of the experimental phases and the material used for the qualitative and quantitative analysis, allows anyone who should so wish to repeat the experiment in other educational contexts.

* Insegnante presso il Circolo Didattico G. Garibaldi di Marsala, supervisore del tirocinio presso il Corso di laurea “ Scienze della Formazione Primaria” dell’Università di Palermo.

1.1.Introduzione

Lo scopo delle attività filmate e documentate in questo lavoro è quello di dimostrare l'efficacia educativa e didattica dell'argomentare e congetturare attraverso la discussione matematica in classe fin dalla prima elementare.

Fra le ipotesi di partenza del lavoro sperimentale era obiettivo dell'insegnante/ricercatore riuscire a cogliere alcuni momenti significativi nel processo di formalizzazione dei primi concetti matematici attraverso la tecnica del filmato.

La documentazione video registrata delle lezioni di matematica, essendo effettivamente reale, consente di osservare alcune complesse dinamiche relative all'insegnamento-apprendimento che si sviluppano in classe.

A queste registrazioni, che riescono a coprire l'arco dell'intero anno scolastico, si uniscono: la programmazione didattica, corredata dagli appunti e le considerazioni dell'insegnante, i protocolli originali degli alunni, l'analisi delle discussioni in classe secondo le tipologie di discussione previste dal documento dell'UMI. il tutto assemblato in un lavoro multimediale sotto forma di ipertesto.

Il materiale elencato si offre a molteplici letture, esso consente di analizzare il clima educativo della classe, il metodo d'insegnamento dell'insegnante e tutte le strategie didattiche messe in atto. Consente di esaminare i contenuti disciplinari e i diversi approcci con cui possono essere presentati, la congruenza fra programmazione e azione didattica, l'uso dei mediatori didattici come strumenti pedagogici al fine di stabilire dei collegamenti semantici fra conoscenze preesistenti e informazioni nuove.... Per ognuno di questi aspetti è possibile fermarsi a riflettere cercare riferimenti teorici e bibliografici discutere su uno stesso episodio con altri.

La documentazione completa può risultare un'occasione di studio, di aggiornamento, di confronto e di prima formazione per i futuri insegnanti studenti della Facoltà di Scienze della Formazione Primaria. Nell'analisi effettuata dalla stessa insegnante del video, sono state prese in considerazione le diverse tipologie di discussione matematica presenti nel video e all'interno di esse, alcune tipologie di intervento. L'analisi ha prodotto dati qualitativi e quantitativi in riferimento ad alcune variabili della discussione ed in riferimento alla capacità di risolvere problemi. L'intero pacchetto del materiale si

presta a diversi percorsi laboratoriali compresa la messa in atto di simulazioni di lezioni matematiche prima della realizzazione in classe, la consulenza dell'insegnante inoltre può aiutare a saper vedere, a saper leggere una situazione didattica al di là di quello che appare “in prima visione”. Infine il materiale si presta al confronto con altre esperienze simili ed è attualmente oggetto di riflessione e confronto con i filmati della corrente annualità scolastica per verificare l'efficacia del metodo d'insegnamento alla luce della ricaduta sugli apprendimenti in atto.

2.1. Il contesto dell'esperienza: **il punto di vista dell'insegnante/ricercatore**

“Il binomio insegnamento/apprendimento non può prescindere dal contesto in cui si realizza, il contesto si può definire situazione didattica nel momento in cui un individuo ha l'intenzione d'insegnare ad un altro individuo un determinato sapere¹.

La situazione didattica quindi risulta determinata dall'interazione fra tre elementi costitutivi: insegnante – allievo - sapere.

2.1.a Il sapere matematico.

Esso rappresenta il contenuto della relazione apprendimento/insegnamento in una scuola elementare e viene indicato dai programmi ministeriali che, in qualità di legge dello stato, definiscono i contenuti e le competenze da acquisire in una scuola pubblica.

Dalle indicazioni contenute nei programmi e dall'analisi dei bisogni formativi degli alunni e del territorio scaturisce la programmazione didattica annuale che diventa il vincolo istituzionale dentro il quale ogni singolo insegnante deve esplicitare la sua libertà didattica, adeguando i tempi e scegliendo attività opportune per i propri alunni. Tutto ciò consente di rendere flessibile la programmazione annuale e di stilare la programmazione per singole unità d'apprendimento. Siano esse per moduli o per mappe o quant'altro sicuramente devono essere dettagliate, epistemologicamente ben collegate e devono contenere

¹F.Spagnolo, *La ricerca in didattica delle matematiche, un paradigma di riferimento.* (capitolo 1) il documento si può consultare nel sito <http://math.unipa.it/~grim/>

una analisi a-priori² quanto più dettagliata possibile, devono prevedere inoltre spazi per la riflessione in itinere e conclusiva in cui sia possibile analizzare i percorsi e i prodotti alla luce dei dati raccolti durante e dopo l'attività d'apprendimento.

I programmi di riferimento per l'anno scolastico 2001/2002 erano ancora i programmi dell'85 ma il dibattito attorno all'insegnamento della matematica era forte, sia riguardo ai contenuti disciplinari sia riguardo alle metodologie. La ricerca in didattica della matematica metteva in luce i diversi aspetti della disciplina proponendo delle nuove letture di senso e significato secondo parametri nuovi. Si valorizzavano così alcuni fattori che prima non venivano considerati influenti ai sensi dell'apprendimento : l'errore³, l'esistenza di concetti spontanei⁴, i processi cognitivi alla base della concettualizzazione. La revisione del metodo,⁵ portava verso una conoscenza come prodotto di costruzione attiva di significati da parte del soggetto, attraverso forme di collaborazione e negoziazione sociale, e dunque soggettiva ma socialmente e storicamente contestualizzata.⁶ Si discuteva sull'importanza di prevedere attività in cui le situazioni fossero didattiche e a-valutative ed altro. La revisione in atto trovava posto in un documento prodotto dall'UMI⁷ in cui per la prima volta si distingueva senza equivoci fra Nuclei tematici e Nuclei di processo. Nei nuclei tematici la matematica è paradigma per la codifica e l'interpretazione della realtà, nei nuclei di processo essa è

² «è l'insieme dei comportamenti attesi da parte dell'allievo» secondo la teoria delle situazioni di Guy Brousseau.

³ È interessante l'articolo di Domenico Camarda *“due più due uguale tre: apologia dello sbaglio dalla maieutica alla moderna conversazione clinica”*

⁴ «Disprezzare le conoscenze precoci dei bambini può avere un aspetto disastroso sul resto della loro carriera scolastica.» Stanislas Dehaene (2002), *Il pallino della matematica*, Ed. Oscar Saggi Mondadori, p.156.

⁵ *“Il costruttivismo e le sue radici”* di Ernst von Glasersfeld (Scientific Reasoning Research Institute University of Massachusetts, USA.)

⁶. L'approccio didattico costruttivista caratterizzato dal superamento dei paradigmi alla base del comportamentismo e del cognitivismo *“Esso scaturisce dal crollo di un modello epistemico razionale, lineare, dell'idea che la conoscenza possa essere esaustivamente “rappresentata” in particolare avvalendosi di modelli logico- gerarchici e proposizionali.”* (Calvani 1998)

⁷ Tutto il documento si può trovare al seguente indirizzo:

<http://www2.dm.unito.it/paginepersonali/arzarello/index.htm>

inequivocabilmente strumento del pensiero, ed è anche pensiero che si fa strumento. In quanto tale essa promuove l'emancipazione dell'allievo, persona capace di scelte ragionate e responsabili. Era forte l'accento posto sull'aspetto educativo della matematica perciò si imponeva una revisione del metodo. L'asse metodologico si spostava dalle diverse didattiche specifiche, tutte validissime, (da Montessori a Dienes ed oltre) al modo di porgerle, di mediarle, si spostava sull'insegnante⁸ artefice di un nuovo modo di fare Matematica.

2.1.b L'insegnante

In quest'ottica, che ritengo ancora oggi valida, il compito dell'insegnante è quello di elaborare una didattica dove gli aspetti più tradizionali interagiscono e fanno da supporto a quelli più avanzati, in cui il contributo personale di ogni bambino diventa importante. Bisogna far nascere problemi da momenti di gioco⁹ perché, se è vero che nei giochi è presente molta matematica è pur vero che la matematica ha bisogno del gioco per essere insegnata, da storie, da vissuti quotidiani stimolando ogni volta la discussione, passando ad analizzare i problemi emersi per cercarne la soluzione e infine confrontando le strategie risolutive trovate. Bisogna dare spazio alle attività individuali e di piccolo gruppo, in cui gli alunni si abituano ad ipotizzare soluzioni e strategie senza il continuo supporto dell'insegnante. Sempre più frequenti invece devono diventare i momenti che favoriscono un sapere di tipo sociale fatto di molte interazioni verbali in quanto il processo che permette il raggiungimento dei concetti matematici passa attraverso il linguaggio naturale e spontaneo e soltanto in seguito diviene linguaggio rigoroso

⁸ Significa, per il docente, giocare prevalentemente il proprio ruolo come “costruttore di ambienti di apprendimento”, progettati intenzionalmente per consentire percorsi attivi e consapevoli in cui l'alunno sia orientato ma non diretto.

⁹ Il gioco ha in sé un valore supremo, a tal proposito Gadamer, in *Verità e metodo*, scrive: « Il soggetto del gioco non sono i giocatori, ma è il gioco che si propone attraverso i giocatori ».

e scientifico. Bisogna *promuovere la discussione matematica*¹⁰ con cui poter argomentare congetturare dimostrare fin dalla scuola elementare per acquisire quella capacità di ragionare che si ritiene erroneamente una capacità innata in quanto esseri umani, dimenticando che in matematica occorre che il ragionamento sia anche valido (ma forse anche nella vita dovrebbe essere così). Argomentare e congetturare va considerato un metodo per l'insegnamento della matematica e non solo un obiettivo educativo e didattico affinché ci sia la possibilità di formulare ipotesi, di sbagliare e ripartire dall'analisi dell'errore poiché la matematica si comprende *ri-creandola dentro la nostra mente*, come fu per i primi filosofi dell'antica Grecia, e non solo. Ad essi nessuno negò il passaggio dal pensiero intuitivo attraverso le regole del linguaggio, esse fungevano da setaccio¹¹, e garantivano la validità del concetto che sfidava le confutazioni, soltanto allora si approdava agli assiomi e da questi ai teoremi.....applicando quella formula tanto ricorrente e facile da usare anche in una prima elementare, il famoso...*se.....allora*¹². In questa società del provvisorio che diventa stile di vita, dei cibi pronti, dell'usa e getta è difficile far capire ai nostri alunni, ma anche ai nostri colleghi, che non può esistere una matematica confezionata e pronta da consumare, da snocciolare come una preghiera imparata a memoria, non può esistere *l'io credo che...perciò t'insegno che...* ma piuttosto *spiegami perché..... io ti dimostro che...* e tu imparerai a costruire o sistematizzare il tuo sapere in *lingua matematica*. Si imparerà a dare il rigore di un codice a ciò che spesso è già nella mente umana (come dimostrano i bambini in molte discussioni¹³). In questo modo il bambino non solo imparerà la matematica ma anche a lavorare con gli altri costruendo un sapere socialmente condiviso in cui l'insegnante assume il ruolo di mediatore, facilitatore e

10 l'insegnante svolge funzioni complesse, prevalentemente inquadrabili nella prospettiva vygotkiana di colui che interviene nella zona di sviluppo prossimale degli allievi

¹¹ “ L'organon” di Aristotele fu il primo codice su *i principi* di un ragionamento corretto.

¹² *Marcatore linguistici* dal Documento Matematica 2001 il link si trova in: <http://dipmat.math.unipa.it/~grim/>

¹³ L'osservazione dei filmati che documentano l'esperienza offre spunti per la riflessione sulla concezione platonica e quella costruttivista.

competente nell'uso delle didattiche e delle strategie d'apprendimento oltre che nei contenuti della disciplina.

2.1.c l'allievo: il gruppo classe della sperimentazione

La maggior parte dei bambini che compongono le classi oggetto della sperimentazione provengono da famiglie di un livello sociale che potremmo definire medio. Sono curati nella pulizia e nell'abbigliamento, di intelligenza pronta e vivace, molto disinibiti nei comportamenti.

Hanno tempi d'attenzione e concentrazione che non superano i 20 minuti (forse anche meno) tendono a delegare agli altri compiti e piccole fatiche quotidiane e chiedono di essere aiutati nella cura delle proprie cose. Provengono da due diverse scuole materne, una appartiene alla stessa scuola elementare, l'altra è una scuola materna comunale con la quale ci sono rarissimi contatti. Con le insegnanti del circolo è stato possibile realizzare attività comuni per favorire la continuità affettiva e cognitiva, con gli altri non è stato così, perciò abbiamo programmato un incontro informale per una prima conoscenza con i bambini e le famiglie.

Per la formazione delle classi sono stati seguiti criteri che hanno consentito di mediare alcune dinamiche relazionali presenti nei gruppi d'origine. Alla luce delle informazioni raccolte e tenuto conto di alcune richieste specifiche si è fatto in modo che ogni gruppo di provenienza fosse diviso numericamente a metà e messo insieme ai bambini delle altre sezioni, in questo modo è stato possibile garantire la serenità e la continuità delle relazioni positive offrendo allo stesso tempo l'opportunità di instaurare nuove relazioni con nuovi compagni. Per l'accertamento e la valutazione in ingresso il team ha elaborato e utilizzato due tipologie di griglie d'osservazione: una, riguardante il comportamento e l'atteggiamento nei confronti delle attività scolastiche, è stata utilizzata da tutti i docenti del team ed ha favorito il confronto dei risultati, un'altra ha rilevato il possesso dei prerequisiti per gli apprendimenti nei singoli ambiti e nelle discipline. In riferimento a queste ultime è risultato che quasi tutti i bambini in situazione di gioco organizzato, sia individuale che di gruppo, dimostrano di sapersi orientare nello spazio, di riconoscere oggetti per forma colore dimensione, di operare classificazioni e seriazioni di

conoscere il nome dei numeri e la sequenza del contare per contare fino a dieci e oltre, di possedere il concetto di quantità non definite, di confrontare oggetti e scoprire differenze e analogie, di confrontare modelli e cercare particolari mancanti, di ordinare in tre quattro sequenze, semplici storie vissute e rappresentate, di utilizzare con riferimento a se stessi i principali concetti topologici e spaziali. Durante e dopo l'osservazione si è deciso di iniziare a costruire una base affettiva sicura¹⁴ attraverso attività di gioco motivanti e significative per la storia del gruppo. Le esperienze vissute sono state rielaborate verbalmente, rappresentate con un disegno e in seguito evocate attraverso discussioni guidate, ad esse spesso si faceva riferimento durante le attività didattiche in modo che ogni apprendimento venisse non solo socializzato ma anche fissato e storicizzato nel vissuto del gruppo classe.

2.2 Le fasi del lavoro sperimentale

Il lavoro sperimentale si è articolato nelle seguenti fasi:

1. documentazione filmata delle attività svolte in prima elementare
2. raccolta della documentazione prodotta dai bambini, degli appunti e della programmazione dell'insegnante.
3. osservazione critica del filmato e scelta del campo sperimentale, sbobinatura e analisi qualitativa delle discussioni presenti nel filmato
4. messa a punto dell'ipotesi sperimentale, dei test e raccolta di nuovo materiale filmato.
5. osservazione del nuovo materiale filmato alla luce dell'ipotesi sperimentale, sbobinatura delle discussioni e verifica dei cambiamenti in atto, confronto delle situazioni filmate e delle discussioni in classe prima e in terza.
6. somministrazione del test per l'accertamento delle connessioni fra la capacità di argomentare congetturare dimostrare e la capacità di

¹⁴ Condizione essenziale è la qualità della relazione dell'insegnante con l'allievo. Instaurare tale relazione è compito specifico e personale dell'insegnante, nessuno può sostituirsi a lui. È un processo ben evidenziato da Bowlby quando parla di “base sicura” (Bowlby, 1989).

risolvere problemi formulando e dimostrando per iscritto le ipotesi e i piani di soluzione.

7. analisi quantitativa e qualitativa dei dati sperimentali.

3.1. la discussione matematica in classe: una scelta di campo

questi i motivi della scelta:

1. *la matematica è costituita da enunciati in cui sono coinvolti due aspetti, essi sono nello stesso tempo segni specifici del linguaggio della matematica e parole del linguaggio naturale. Comprendere la matematica significa possedere queste due funzioni del discorso. Le attività didattiche devono essere finalizzate allo sviluppo di queste due funzioni che affondano le loro radici nelle attività discorsive che il soggetto possiede in modo naturale e che coinvolgono attività cognitive usuali.*
2. *le attività argomentative in cui si producono ipotesi sono riconducibili a due modalità principali: congetture interpretative e congetture revisionali, queste ultime sono quelle implicate nella risoluzione di problemi.¹⁵*

Per l'analisi delle discussioni sono state considerate le tre tipologie di discussione previste nel documento dell'UMI :

A. DISCUSSIONE DI UN PROBLEMA

B. DISCUSSIONE DI CONCETTUALIZZAZIONE

C. METADISCUSSIONE

A. La discussione di un problema viene intesa come parte dell'attività complessiva di problem solving, nei due aspetti di:

A1. Discussione di soluzione, intesa come processo in cui tutta la classe risolve un problema dato a parole.

A2. Discussione di bilancio, intesa come il processo di informazione, analisi e valutazione delle soluzioni individuali proposte ad un problema o nel corso di una discussione orchestrata dall'insegnante. Gli scopi di questa discussione si possono individuare nel socializzare

¹⁵ Dal NUCLEO: Argomentare e congetturare

collettivamente le strategie usate e nel costruire, quando è possibile, una o più rappresentazioni e soluzioni di un problema.¹⁶

B. La discussione di concettualizzazione è l'interazione di tutta la classe intorno a una parola o ad una locuzione allo scopo di favorire il passaggio dai sensi personali (dati dai singoli allievi alle loro esperienze, ai loro prodotti ed ai loro processi) nel significato, così come esso è cristallizzato nell'esperienza sociale dell'umanità. Questa discussione è quindi un momento collettivo del processo di costruzione dell'immagine concettuale individuale collegata ad una certa locuzione della matematica (o delle scienze).

Può essere introdotta dall'insegnante dopo un certo numero di esperienze scolastiche,¹⁷ nel corso delle quali un certo concetto è stato in gioco come strumento di soluzione di problemi.

C. Con il termine generico metadiscussione si indicano le discussioni che pongono dall'inizio una questione direttamente collegata all'attività metacognitiva. Si può, ad esempio, ricostruire la storia della classe, partendo dalla lettura di alcuni stralci di discussioni precedenti, per focalizzare il progresso delle conoscenze, oppure discutere sul senso della discussione.

3.2. Gli elementi della mediazione linguistica nell'analisi delle discussioni filmate.

F = forzare: con opportune consegne e indicazioni si può forzare la ricostruzione consapevole di un concetto o di un'esperienza precedente.

L = lanciare: cogliere una frase significativa e rilanciarla nella discussione.

S = sottolineare: mettere in evidenza invitando a ripetere.

¹⁶ In un'ultima fase della discussione di bilancio può avvenire l'istituzionalizzazione delle conoscenze al fine di formulare in modo esplicito i concetti e le procedure che devono essere ricordati, e collegarli alle conoscenze precedenti.

¹⁷ Discussioni di concettualizzazione possono essere organizzate anche all'inizio di una attività, per raccogliere i pre-concetti degli allievi. In questo caso la gestione è più libera in quanto non si prevede la fase di istituzionalizzazione.

V = valorizzare: dire espressamente quando è corretto un concetto o un'affermazione

R = rispecchiare: ripetere la frase ascoltata facendola propria

C = corredare: aggiungere agli esempi che emergono altri esempi corredando l'intervento

I = istituzionalizzare: rendere istituzionale un concetto o una conoscenza fissandola ufficialmente, alla lavagna o sul quaderno.

X = porre domande su ciò che è stato detto, per chiarire o per sbloccare la discussione.

P = parafrasare: ripetere parafrasando l'intervento corretto o utile alla discussione.

G = generalizzare: usare frasi che generalizzano una regola o un concetto applicandolo ad altri contesti e formulare la frase usando termini generali.

3.3. dal filmato: l'analisi qualitativa e quantitativa delle discussioni in prima

a. Metadiscussione¹⁸

l'addizione sulla linea dei numeri

L'attività vuole far comprendere che sulla linea i numeri sono posizioni e gli operatori indicano degli spostamenti .

Il segno + indica spostamenti in avanti nello spazio, viene richiamata l'attività svolta sulla linea dei numeri costruita in palestra.

La rappresentazione della linea dei numeri sul quaderno vuole essere una prima forma verso la simbolizzazione e istituzionalizzazione dell'esperienza vissuta.

I bambini hanno eseguito la prima fase del compito: costruire la linea dei numeri fino a 20.

Saranno eseguite le operazioni con i numeri, discutendone il processo e confrontandolo con la modalità di esecuzione sulle dita.

¹⁸Si usa per evidenziare metodi d'apprendimento, o fare discussioni di carattere epistemologico, sul rapporto realtà-matematica per collocare l'attività del singolo individuo nel flusso collettivo dell'attività di individui lontani da noi nel tempo e nello spazio e per sollevare a livello conscio il problema del rapporto tra realtà e modello.

Valerio - chiede se va bene la sua rappresentazione

Marco - lancia pezzi di carta

Ciccio - non indossa gli occhiali

Ins. – aspetta che tutti abbiano terminato di rappresentare la linea sul quaderno scrive la prima operazione.

1. ins. – allora bimbi cosa c'è scritto?

2. Gloria – $9+8$

3. ins. – allora si legge?

4. tutti – $9+8$

5. ins. – cosa devo fare?

6. Fausto – partire dal 9 e fai 8 passi

7. Matilde – 17

8. ins. Allora ..io ho chiesto.cosa devo fare? Non ho chiesto quanto fa.

9. Valerio – devi fare i passi

10. ins. - Adesso sentiamo Gloria che lo ripete in modo che tutti possiamo ascoltarlo.

11. Gloria –dobbiamo partire da 9 e fare 8 passi.

12. ins. - come li dobbiamo fare questi passi

13. Gloria – avanti

14. ins. – chi me lo dice che devo andare avanti?

15. Gloria – il segno +

16. ins. -il segno +Francesco che già sa dove si arriva...

17. ins. – adesso me lo dice Giorgia..allora..qual è il primo numero?

18. Giorgia – il primo?

19. ins. – dobbiamo stare attenti, dove si trova il primo numero? Da quale parte?

20. Cosimo – il 9

21. ins.- chi l'ha detto il 9?

22. tutti – Cosimo

23. ins. – Cosimo perché è il 9? Lo vuoi dire a Giorgia che si è confusa, perché lei non sa da quale parte deve iniziare

24. Cosimo – il 9 perché si inizia da qua

25. ins. – da qua..da dove? Come si inizia per leggere? Il primo numero qual è? Vado a cercare il 9 perché quello è il posto

- da dove partiamo, il secondo numero sono passi da fare.**
Adesso andiamo a farlo sulla linea.
26. Cosimo – già fatto
27. **ins. – senza dubbio qualcuno l’ha già fatto però vorrei sapere se Ilenia l’ha già fatto.**
28. Ilenia – no
29. **ins. Ce l’hai sulla linea il numero 9 ? mettiti sul numero 9 segna i passi con il dito e conta in avanti...sai leggere il numero su cui sei avvivata? Dimmi come è fatto.**
30. Marco - uno e quattro è sbagliato
31. **ins. – andiamo a farlo insieme... c’è qualcuno che si organizza con le dita?**
32. tutti – sulla linea
33. **ins. – io ho visto qualcuno che contava con le dita**
34. Marco – è Federico
35. **ins. – mi fai vedere come fai? Cosa metti sulle dita**
36. Federico – non l’ho fatto con le dita
37. **ins. – si può fare sulle dita.. Fausto tu come l’hai fatto?**
38. Fausto – sulla linea.
39. **ins. Se qualcuno vuole farlo sulle dita come possiamo fare? Come ci organizziamo? Quale numero mettiamo sulla dita.**
40. Matilde – il primo numero di qua deve essere 9
41. **ins. – i passi da fare ci stanno sulle dita, e quindi dice Gloria, sulle dita io devo mettere 8.. mettiamo 8 sulle dita**
42. Valerio – è molto semplice è 5 e 3
43. **ins. – Valerio ha suggerito una strategia per mettere 8 sulle dita..e adesso andiamo a contare in avanti partendo da 9 ..tu come fai? Io non te l’ho mai insegnato..perciò voglio sapere come si fa.**
44. Marco – mi...17
45. **ins. Lo sappiamo..a noi interessa sapere come si fa ...adesso questo fa 17 ..il prossimo sempre 17 farà..?**
46. tutti – nooooo...
47. **ins. E allora mi interessa imparare..così potrò fare anche gli altri..**
48. Valerio – e gli altri?
49. voci – mi sto annoiando

50. **ins.** – andiamo agli altri.. partendo da 8 dobbiamo fare tre passi.
51. Federico – io sto facendo questo sulle dita
52. **ins.** Stavolta Federico vuole provare con le dita
53. Federico – 11
54. **ins.** – e come hai fatto?..è giustissimo perché non me lo dici....? **Io voglio imparare a farlo..**
55. Federico – mi sono partito da 8 e ho fatto sulle dita 1, 2, e 3.
56. **ins.** - ..e hai fatto sulle dita 1,2 e 3 hai messo sulle dita 3..a undici come ci sei arrivato?..allora ripetiamo... il primo numero è il posto da dove partiamo e non si mette sulle dita il secondo numero sono i passi da fare e quelli si mettono sulle dita e contiamo in avanti e non diciamo 3 ma 9, 10 e 11.
57. **ins.** E adesso da dove parto? Da quello di destra o da quello di sinistra?
58. alcuni – quello di destra...
59. **ins.** Quello di sinistra come quando si legge...da sinistra verso destra ...da 11 ...qual è il numero che metto sulle dita? E come contiamo?
60. tutti – in avanti ..15
61. **ins.** Si però è importante capire come si fa.. non quanto fa ..è un'altra cosa..se ve ne segno altri a casa... bisogna sapere come si fa..
62. Gloria – ma io lo so, l’abbiamo fatto adesso..
63. Federico si alza e sbadiglia..sono stanchi..”maestra ne hai scritto due uguali”...

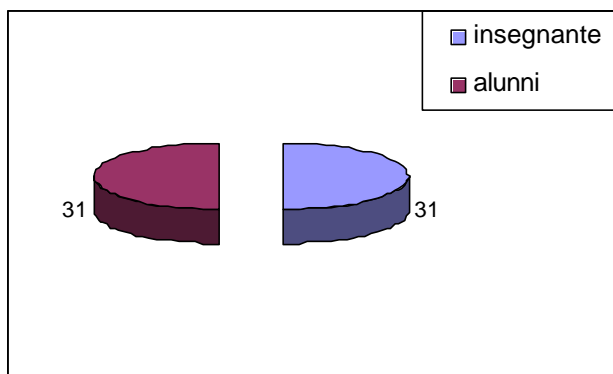
CONSIDERAZIONI:

Durante l’attività emergono problemi di gestione dello spazio pagina, (verso e direzione) che in palestra non erano emersi, la discussione che tenta di innescare processi metacognitivi risulta abbastanza difficoltosa.

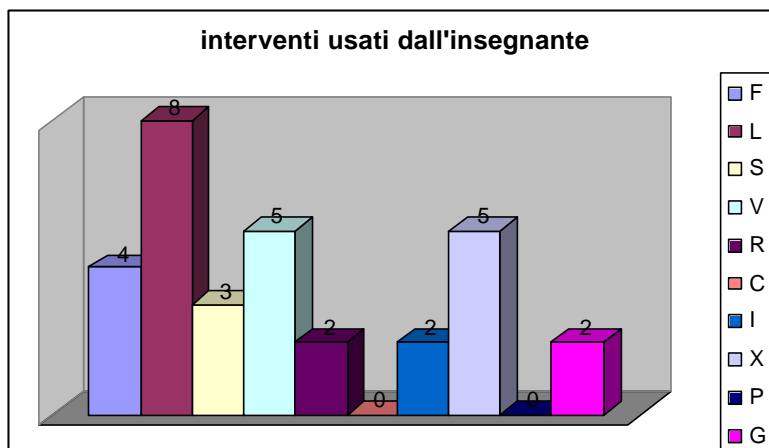
Analisi qualitativa e grafico dei risultati

Ciò che emerge dall’analisi dei dati è l’equilibrio nel numero degli interventi dell’insegnante e degli alunni.

La discussione da questo punto di vista sembra una partita a tennis ed è evidente che i bambini considerano importante lo stimolo dell'insegnante mentre sottovalutano gli interventi dei compagni.



La tipologia d'intervento che viene usata dall'insegnante e che prevale sugli altri è il lancio che viene utilizzato per inserire nella discussione frasi significative che altrimenti sarebbero sottovalutate. Segue la domanda, come continuo invito alla riflessione metacognitiva sui processi che determinano il risultato delle operazioni, e la valorizzazione degli interventi significativi.



**b. Discussione di concettualizzazione
sul valore di posizione :**

I bambini devono raggruppare per 10 i regoli da uno (corti) e cambiarli con i lunghi da 10 (decine). In precedenza il gioco è stato fatto nelle altre basi e i cambi sono avvenuti con i lunghi da 2 da 3 fino a quelli da 10. Bisogna formalizzare il concetto di decina in quanto gruppo da dieci e di valore di posizione in quanto “posto”(luogo) in cui si registra il numero dei gruppi che si riescono a formare in riferimento al criterio della base. Viene usato il materiale strutturato ma non ancora l’abaco poiché è opportuno che al valore maggiore sia riferita una misura maggiore abbastanza visibile e concreta. (le palline dell’abaco hanno tutte la stessa dimensione, varia soltanto il colore).L’attività viene svolta da un bambino, guidata dall’insegnante, partecipa tutta la classe, in seguito viene rappresentata alla lavagna e sul quaderno.

Confusione e voci - **Valerio sta raggruppando le unità poggiate sulla cattedra sistemando le decine e le unità che si possono formare dentro una tabella disegnata su un foglio di carta.**

L’attività concreta viene usata da modello sia per l’attività di rappresentazione sul quaderno eseguita dai compagni che per la rappresentazione alla lavagna.

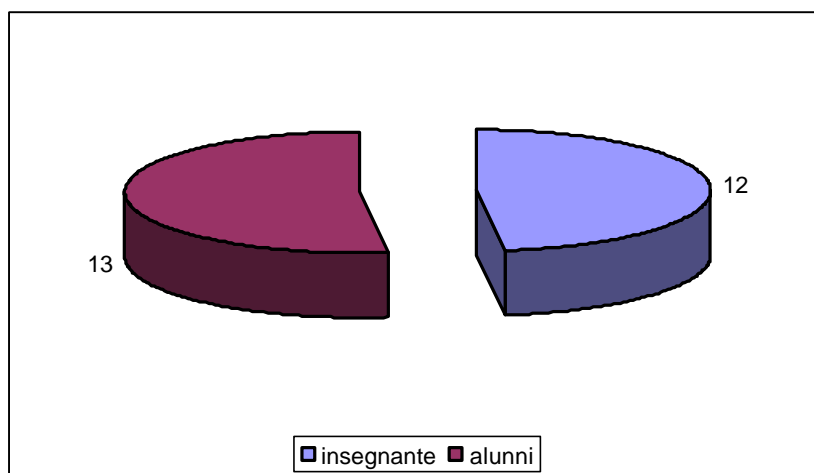
1. **ins. – cambiali, li puoi cambiare?**
2. Valerio – no
3. **ins. – quanti sono?..**
4. **ins. il cambio si può fare solo se sono...**
5. valerio – 10
6. **ins. – perfetto li puoi cambiare con chi?**
7. Valerio prende in mano la decina.
8. **ins. – allora cambiali.**
9. rimane con il regolo in mano dopo aver cambiato l’unità ha dubbi sulla sua posizione...
10. **ins. – il bastoncino come si chiama?**
11. valerio – è un lungo da dieci
12. **ins. – nella tabella dove si mette quella?**
13. valerio indica il posto delle decine.
14. valerio – posso ricominciare da capo?
15. **ins. – certo..... quanti ne stai prendendo?**
16. valerio. – 10
17. **ins. – allora posali e prendi in cambio una decina , adesso vediamo se si può fare un altro cambio**

18. valerio – si può fare ..ma poi basta.
19. **ins.** – **perfetto resteranno delle unità nel posto delle unità.
Vai alla lagna e registra in tabella i numeri nel posto giusto..cosa metterai nel posto dei gruppi?**
20. valerio. – 10
21. **ins.** – **10 lunghi ci sono nei gruppi? Le decine quante sono?**
22. valerio – 20
23. **ins.** – **20 sono i bastoncini?**
24. valerio – 2
25. Voci – colorati di rosso
Alla lavagna Valerio rappresenta correttamente la situazione mentre i compagni la rappresentano sul quaderno.

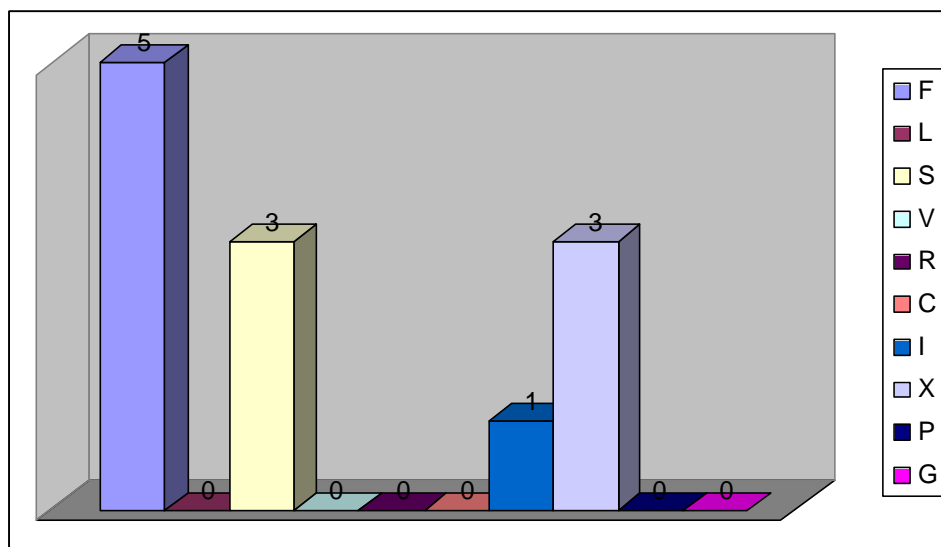
CONSIDERAZIONI :

Valerio opera correttamente con il cambio ma ha ancora difficoltà nell’attribuire la posizione corretta alla decina, inoltre non associa ancora la parola “decina” al bastoncino arancione dei regoli, risponde correttamente solo quando gli viene chiesto “ sono 20 i bastoncini?”.

Analisi qualitativa e grafico dei risultati



È evidente che è l’insegnante a condurre la discussione verso la concettualizzazione, il dato che emerge oltre alle domande è infatti la forzatura verso il concetto di valore di posizione.



**c. Discussione di concettualizzazione:
Le situazioni di differenza**

L'attività mira a mettere in relazione distanze, quantità, altezze, età; rappresentarne la differenza ed esprimere la differenza con un'operazione numerica.

L'insegnante evoca situazioni vissute in cui bisognava fare dei confronti a partire dai giochi in cui si cercavano i particolari mancanti attraverso un modello. Sottolinea che solo dopo un confronto si può scoprire una differenza..¹⁹

1. **Ins. – pensiamo ad una situazione in cui ci sia da trovare una differenza**
2. Davide – così non possiamo pensare
3. **Ins. – ne abbiamo fatto nei problemi situazioni di differenza.**

¹⁹ In simili discussioni i bambini si confrontano con la definizione di un concetto. La delicatezza della questione deve indurre l'insegnante a prestare molta attenzione soprattutto nella fase di istituzionalizzazione in modo da evitare di pervenire troppo precocemente a definizioni, o periodi troppo lunghi di incertezza.

4. Sara – non la trovo
5. **Ins. – non la trovi.. Sara, ce l’hai una sorellina piccola?**
6. Sara – si
7. **Ins. – quanti anni ha?**
8. Sara -
9. Mario - ..a..per esempio una matita con un colore..
10. **Ins. Mario ha una matita e una penna..in questo caso che differenza c’è?**
11. Marco – sono una più piccola dell’altro
12. Mario – sono diversi i colori
13. **Ins. E quindi stiamo osservando i motivi per cui sono diversi...nella diversità c’è il colore, l’uso, dato che una è matita e l’altra è penna....**
14. Massimo – l’ho capito pure io
15. Leo – questa è matita e matita
16. **Ins. Marco che tipo di differenza puoi osservare?**
17. Marco – sono tutt’e due matite solo che questa qui è più alta e l’altra è più piccola
18. **Ins. – allora..dice Marco, qui la differenza sta nell’altezza. Però secondo me sta anche nel colore infatti sono diverse solo per il colore..hanno lo stesso uso, sono matite...però la differenza di cui parla Marco..**
19. Mario – è la lunghezza
20. Chiara – l’altezza
21. **Ins. – esatto**
22. Davide – però sono tutt’e due matite
23. **Ins. Però è una differenza che si può quantificare..vediamo di capirci.. se parlo del colore posso dire che una è più blu dell’altra?**
24. Tutti – nooo
25. Mario – questa è più alta dell’altra
26. Claudia – questa è più alta e quella è più bassa
27. **ins. – però se io parlo di altezza posso dire di quanto questa è più alta e quindi...**
28. Mario – meno
29. Riccardo – meno
30. **ins. – Mario suggerisce che.... per misurare**
31. Enrico – farlo con i regoli
32. Marco – con i regoli

33. **ins.** Sarebbe opportuno trovare questo con i regoli (indicando la differenza) allora è questa la differenza..siamo tutti d'accordo che questa è la differenza?
34. Tutti siiii
35. **ins.** – ma tu quando vai a trovare la differenza e non sai quanto è alta questa..blu e quanto questa verde come fai a trovare la differenza?
36. Marco – con i regoli
37. **ins.** – ma devi misurare tutta la matita o solo questo pezzettino?
38. Marco – tutta la matita
39. Mario – tutta la matita
40. **ins.** – (Vincenzo mi ha già portato i regoli)..guardate che non esiste un regolo così lungo..come facciamo?
41. Mario – va be! facciamo quello da dieci...
42. **ins.** – vedete che non basta quello da dieci
43. Mario – ne prendiamo due
44. Marco – mettici anche quello da tre
45. Massimo – nooo
46. Marco – più di uno con quelli da uno
47. **ins.** - ora vediamo
48. Mario – quello da 9..
49. Marco quello da 9 ci vuole
50. Davide – 19
51. **ins.** – dice Davide questa misura 19 ..e l'altra.togliamo la matita lasciamo il 19.
52. Tutti – effettuano stime
53. **ins.**misuriamo quella verde allo stesso modo?
54. Davide – 14
55. **ins.** Quella verde la togliamo pure tanto abbiamo la sua misura..abbiamo sostituito agli oggetti la loro misura..la differenza qual è..questo spazio che rimane vuoto?
56. Marco – il 5
57. **ins.** – Marco consiglia il 5..allora cosa sono diventate le matite?...
58. Voci – numeriiii
59. **ins.** Allora, cosa sono diventate le matite?
60. Mario – numeri
61. **ins.** – allora abbiamo una matita che è lunga.....
62. voci – 19
63. **ins.** – allora scriviamo... “La differenza con i numeri.”:..le matite

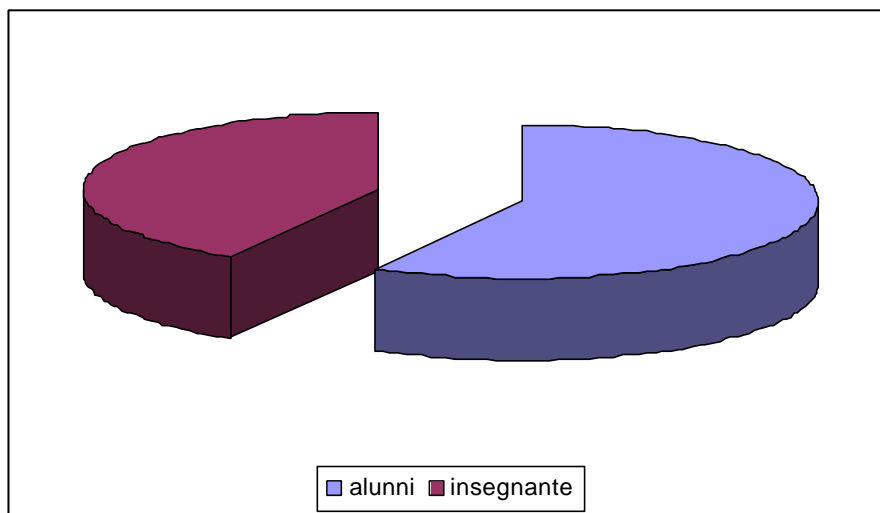
64. Mario – di marco
- 65. ins. – non è necessariola matematica scrive poco, ma dietro le paroline ci ricorderemo di tutta la situazione e dei significati.**
66. Marco – l’italiano scrive molto.
- 67. ins. – le disegniamo...questa era la misura della matita sul vostro quaderno ci sarà la misura vera**
68. Mario – attaccati il 10 e il 9?
69. marco – così?
- 70. ins. Diamo un velo di colore...l’altra matita quanto misurava?**
71. Silvia – 14
- 72. ins. – guardate.... qual è la differenza?**
73. Mario – 5 è la differenza
74. Marco – attaccati si disegnano i regoli?
- 75. ins. Vi faccio alcune domande....qual è la matita più lunga?**
76. voci – è quella che vale 19
- 77. ins. Qual è quella più corta?**
78. voci – quella che vale 14
- 79. ins. Quella più lunga è più lunga di quanto?**
80. voci – di 4
81. marco - di 5
- 82. ins. – ho sentito delle risposte uguali a domande diverse.. vi rifaccio le domande**
83. Mario – che però sono uguali
84. Livio – lo stesso è
- 85. ins. Si può porre la domanda in modo diverso per chiedere la stessa cosa**
86. Davide – ho fatto lo scarabocchio
- 87. ins. Va bene lo scarabocchio..non disegnate il regolo da 5 ..potrebbe sembrare la lunghezza della matita..**
88. Marco – va bene così
- 89. ins. Oggi dobbiamo scriverlo con i numeri**
90. voci – 10, 10, 9 e 4 .
- 91. ins. 10 e 9 per dire cosa?...la prima matita quanto misura?**
92. voci – 19
- 93. ins. E la seconda?**
94. voci – 14
- 95. ins. Fra i due numeri mi serve un operatore... mi serve il vostro aiuto**
96. Mario , marco, altri – più, meno, maggiore
- 97. ins. Maggiore e minore sono operatori?**
98. Marco – più, e meno

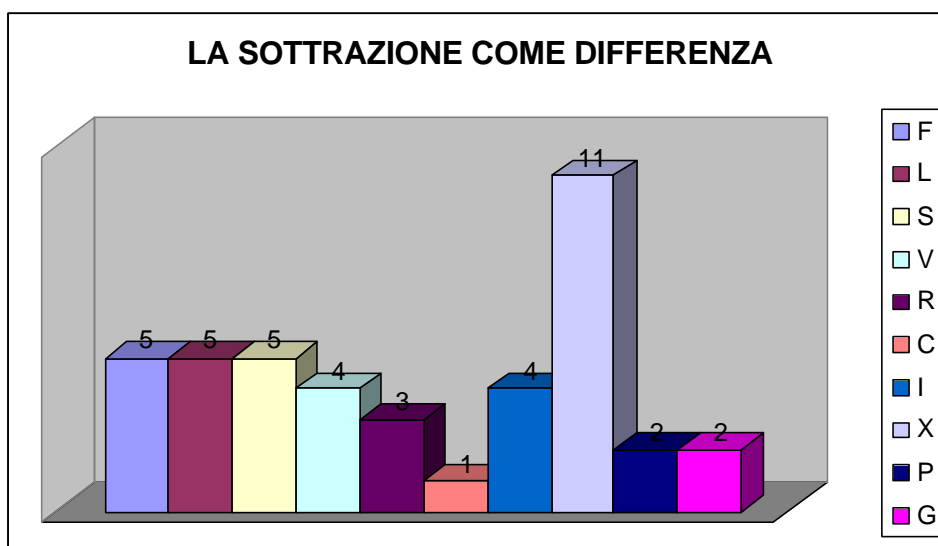
99. **ins.devo mettere o togliere?**

100. Davide - bisogna usare meno.

101.ins. È strano questo segno meno perché nella realtà non toglie, ma serve solo a scoprire una differenza.

Viene scritta l'operazione alla lavagna e si continua con altre situazioni in cui la sottrazione serve a scoprire la differenza, continuando il lavoro di rappresentazione alla lavagna e poi sul quaderno.(gli anni di Sara e della sorellina di un anno, le figurine a confronto per scoprire chi ne ha di più....).





Fase di istituzionalizzazione

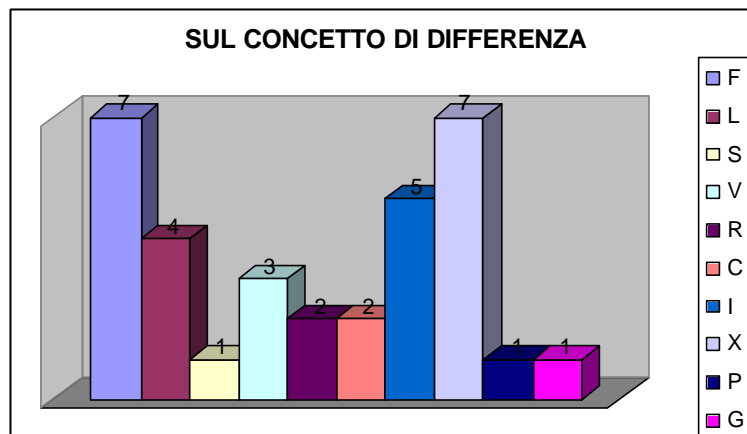
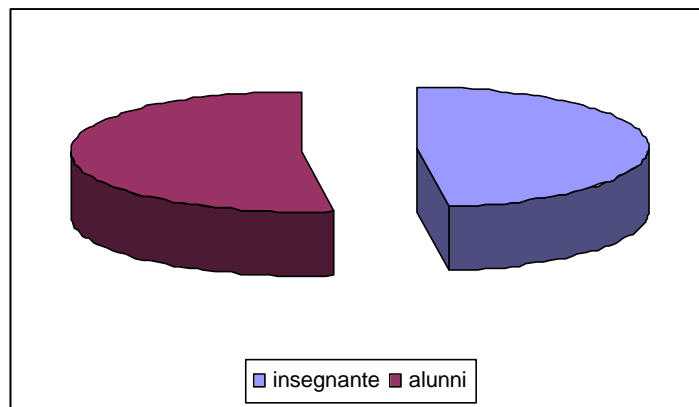
1. **Ins.** – nella realtà le situazioni di differenza capitano spesso...io prima ho detto: Sarah hai una sorellina? Lei ha risposto che la sorellina aveva un anno.
2. **Ins.** Chi è più piccola?
3. Voci – la sorella
4. **Ins.** E qual è la differenza fra l'età..fra gli anni di Sara e la sorellina.
5. Voci – meno....più
6. **Ins.** Vorrei sapere la differenza non il segno dell'operazione..vogliamo stare attenti!!!
7. Mario – 7
8. **Ins.** Ma Sara ce l'ha 7 anni?
9. Sara – no
10. Livio – 5 anni
11. **Ins.** Senza alzarvi e senza fare i prepotenti...
12. Fabrizio – 5 anni di differenza

13. **Ins. Fabrizio, ora ti do la parola ma prima voglio sentire Leo perché ho visto che con le dita ha fatto una cosa interessante.**
14. **Ins. – Leo, mi spieghi cosa hai fatto?**
15. Leo – perché... togliamo un anno dagli anni di Sara
16. **Ins. – se tu parli di togliere Sara torna alla scuola materna e la perdiamo come compagna**
17. Fabrizio – è differenza
18. Sara – certo
19. **Ins. – meno male che non si può fare... io sarei la prima a farmi togliere gli anni.**
20. Voci – ridono
21. **Ins. - non è possibile.. allora questa “parolina” togliere non è adatta**
22. Mario – non si possono togliere gli anni
23. **Ins. – e allora come lo facciamo?**
24. Marco – con il confronto
25. **Ins. - Allora lo illustriamo alla lavagna?...per ogni anno facciamo una pallina e li chiamiamo gli anni di Sara**
26. **Ins. Conta fino a 6 e dice:” guardate questi sono gli anni di Sara”li metto dentro un insieme che si chiama :gli anni di Sara.**
27. Voci – esprimono problemi di scrittura delle parole
28. **Ins - .. .ogni pallina in un quadretto..siate più ordinati.**
29. **Ins. – adesso lasciamo sotto un quadretto e andiamo a mettere gli anni della sorellina..ecco qui**
30. Sara – per mia sorella
31. **Ins. Mettiamo in relazione con le frecce come si fa con gli insiemi..questo è l’anno che Sara ha trascorso con la sorellina...ma prima che nascesse la sorellina Sara aveva già trascorso....**
32. Mario – 6 anni
33. Voci – ripetono 5 5 5
34. **Ins. – scriviamolo con i numeri**
35. Marco - sotto?
36. **Ins. – ditemi cosa devo scrivere con i numeri**
37. Marco – $5 \dots + 1$
38. Mario - $6 - 1 = 5$
39. **Ins. – non smetterò mai di dirvi di stare attentissimi perché questo meno stavolta non toglie...non si possono togliere gli anni alle persone**

40. Silvia – più cresci e più vai avanti.
41. Marco – pagina pulita?
42. **Ins. Pensiamo ad un'altra situazione di confronto...**
43. **Ins. – vi ricordate le biglie bianche con cui abbiamo giocato l'altro giorno?..nella scatola io ne ho..tante.**
44. Fabrizio – si deve scrivere?
45. **Ins. Vi prego di farne una in ogni quadretto**
46. Marco – quante ne hai?..(e si mette a contare fino a 11)
47. **Ins. – ci sono poi quelle colorate...queste sono quelle colorate..**
48. Davide – quante ne dobbiamo fare?
49. **Ins. Conta e poi dice..5**
50. Claudia – io pure ce l'ho
51. Marco – conta per verificare..
52. **Ins. Cosa scrivo se voglio scoprire la differenza?**
53. Marco – dice : $11 - 5 = 6$
54. Enrica – $11 - 5 = 6$
55. **Ins. Posso togliere dalle biglie bianche quelle colorate?**
56. Voci – no
57. **Ins. Però le metto in relazione... fate anche voi le freccette che mettono in relazione..perché alla fine quando non si potrà più collegare quella sarà la differenza..**
58. Massimo – l'ho detto prima io..
59. Mario – così?
60. Marco – a me non va più nella pagina..niente..
61. Davide – allora basta maestra?
62. **Ins. – chi non ha spazio vada nell'altra pagina..nell'altra classe Cosimo ha le figurine**
63. Voci – anch'io ce l'ho....le figurine
64. **Ins. – queste sono le figurine che ha vinto Cosimo...Silvia le ha già contate ha ragione sono 8...facciamo dei quadretti per le figurine...va bene questo simbolo?**
65. **Ins. – le figurine di Valerio..alla fine della partita si sono messi uno di fronte all'altro per confrontare le figurine.**
66. Mario – Valerio ne ha 3
67. **Ins. – cosa scrivo per trovare la differenza?**
68. Enrica – $8 - 3 = 5$
69. **Ins. Va bene...abbiamo finito...vi è piaciuta questa attività? Abbiamo scoperto un nuovo significato del segno meno...in queste situazioni si usa per confrontare e serve per scoprire una**

differenza, dentro le quantità non togliamo e quindi non vengono modificate ma restano uguali anche dopo il confronto.

Analisi qualitativa e grafico dei risultati



Tabulazione e confronto dei dati

“Quaderni di Ricerca in Didattica”, n15, 2005.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)