Gli approcci al Numero Naturale: Analisi comparativa di relazioni presentate nel corso di "Didattica della Matematica I"[1] (Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria) Anno Accademico 2000/2001.

Benedetto Di Paola[2]

1.0 Obiettivo del lavoro.

Il presente lavoro nasce con l'intento di classificare i materiali didattici presentati dagli allievi del corso di "Didattica della Matematica I" nel Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria.

Questa classificazione ha una doppia finalità:

- Rendere disponibile agli studenti di Scienze della Formazione Primaria ed agli studenti della SISSIS (indirizzo Fisico-Matematico) il materiale didattico prodotto dai loro colleghi negli anni precedenti;
- Permettere una riflessione **meta** sui suddetti materiali.

2.0 Il corso di "Didattica della Matematica I"

Il corso di "Didattica della Matematica I" è suddiviso in due parti. Nella prima parte sono analizzate le rappresentazioni epistemologiche e storico-epistemologiche al concetto di Numero Naturale. Questa parte ha una sua valutazione che riguarda espressamente contenuti matematici[3].

2.1 La parte didattica del corso

Nella seconda parte del corso viene trattata la parte didattica:

La trasposizione didattica:

1) Analisi critica dei programmi di Matematica per la Scuola Primaria del Marzo 1985.
2) Analisi di percorsi didattici individuati da testi scolastici in adozione nella scuola primaria. Comparazione di percorsi didattici e ricerca delle invarianti epistemologiche e didattiche.

La ricerca in Didattica delle Matematiche: un paradigma di riferimento attraverso la teoria delle "Situazioni didattiche".

1) Analisi "a priori" di una situazione/problema attraverso lo studio delle rappresentazioni epistemologiche, rappresentazioni storico-epistemologiche ed i comportamenti ipotizzati da parte dell'allievo.
2) Messa a punto di situazioni a-didattiche su argomenti specifici di Aritmetica: il ruolo delle ingiunzioni paradossali. Rapporto con l'analisi del "gioco".
3) Analisi critica di una ricerca in Didattica delle Matematiche riguardante l'Aritmetica.

2.2 La valutazione della seconda parte del corso è struttura nel seguente modo:

---

[1] Corso tenuto dal Prof. Filippo Spagnolo.

[2] Studente del IV° anno del Corso di Laurea in Matematica presso l'Università di Palermo. Lavoro svolto nell'ambito della tesi di laurea diretta dalla Prof.ssa Teresa Marino.

[3] **I Saperi Matematici nella scuola primaria**: rappresentazioni epistemologiche dell'Aritmetica e della Logica. Cenni di Geometria Elementare.

- L'introduzione al Numero Naturale e relative operazioni. Gli approcci al numero Naturale: Cardinale, Ordinale, Ricorsivo, Grandezze Geometriche. Gli ampliamenti numerici dai Naturali (N) agli Interi (Z), dagli Interi ai Razionali (Q): metodo delle coppie e metodo assiomatico. Gli algoritmi delle operazioni su N. I decimali. Cenni storici sui numeri Reali.
- La Logica proposizionale: strumento di controllo dell'argomentazione (Figure di ragionamento e dimostrazioni).
- Cenni di Probabilità.

"Schema di tesina per la valutazione della seconda parte del corso Didattica della Matematica.
La tesina sarà costituita da 4 parti:

- Analisi comparativa di due o più testi di scuola elementare differenti per impostazione. Tale analisi dovrà essere fatta sia per il 1° ciclo che per il 2° ciclo. Per il 1° ciclo si cercherà di mettere in evidenza il ruolo degli approcci al numero naturale. Per il 2° ciclo si potranno evidenziare i metodi di introduzione alle proprietà formali, la loro coerenza con gli approcci al numero, le relazioni tra il calcolo mentale e le proprietà formali.
- Analisi a-priori di una situazione/problema riguardante l'aritmetica del 1° ciclo o del 2° ciclo. Lo schema dell'analisi a-priori deve riguardare i tre momenti: analisi epistemologica, analisi storico-epistemologica, comportamenti attesi da parte degli allievi.
- Sperimentazione della situazione/problema nell'ambito del lavoro del tirocinio. Analisi dei dati sperimentali (protocolli, analisi statistica, ecc…) (facoltativo)[4].
- Messa a punto di una situazione a-didattica riguardante l'aritmetica. Definizione della situazione. Ruolo dell'insegnante. Descrizione delle consegne per gli allievi. Analisi delle fasi d'azione, di formulazione e di validazione."[5]

---

[4] Schema di riferimento per la fase sperimentale.

1.0 Definire chiaramente l'ipotesi o le ipotesi riguardanti questa fase di ricerca in didattica di natura sperimentale.
2.0 Descrivere gli strumenti di falsificazione della fase sperimentale. Cioè motivare bene l'utilizzo di strumenti tipo: situazione/problema, questionario, situazione didattica.
3.0 Analisi a-priori dell'intervento didattico.
4.0 Prevedere la raccolta dei dati sperimentali per una eventuale analisi statistica. Utilizzare EXCEL per la registrazione dei dati.
5.0 Allegare i protocolli, se esistono, di interviste singole o a coppia.
6.0 Allegare, se esistono, brevi commenti riguardanti l'osservazione della fase sperimentale in classe.
7.0 Analisi dei risultati e commento delle ipotesi di partenza.
8.0 Conclusione:

- l'ipotesi è stata falsificata?
- Gli strumenti utilizzati sono stati adeguati al lavoro sperimentale?
- Quali sono i risultati stabili del lavoro sperimentale?
- Quali sono i problemi aperti?

[5] Il programma del corso di "Didattica della Matematica I", i testi consigliati, le indicazioni sulle prove valutative si trovano in Internet all'indirizzo: http://math.unipa.it/~grim//matdit.htm

I CAPITOLO

Analisi comparativa di alcuni testi di scuola elementare I e II ciclo

Il primo capitolo di questa nostra relazione ha una doppia valenza: nella prima parte si prendono in visione i diversi approcci che possono essere utilizzati da un insegnante per introdurre il concetto di numero, nella seconda parte, successivamente, si fa un'analisi comparativa di alcuni libri di testo di scuola elementare, evidenziando i vari approcci scelti dagli autori.

L'idea di numero naturale è molto complessa e richiede pertanto un approccio che si avvale di diversi punti di vista (ordinalità, cardinalità, ricorsività …).

Analizziamo più da vicino il problema.

La concezione **cardinale** determina il numero di oggetti contenuto in un insieme, non attraverso un conteggio, ma mediante un confronto. Così, ad esempio, il numero cardinale "cinque" viene determinato dalla corrispondenza degli elementi con il numero delle dita di una mano. Questo tipo di approccio era ritenuto dai Bourbakisti prioritario e quindi più semplice rispetto a quello ordinale.

Alcune ricerche sperimentali hanno invece dimostrato che i bambini acquisiscono la nozione di numero sotto forma di sequenza ordinata e solo più tardi sotto forma di quantità. E' la concezione **ordinale** secondo cui il bambino determina il numero di oggetti contenuti in un dato insieme, non con un confronto, ma contando "uno, due, tre" per cui l'ultimo numero pronunciato è anche il numero cardinale.

Tuttavia, non si tratta di stabilire quali delle due concezioni sia più valida da un punto di vista matematico, ma piuttosto è importante focalizzare l'attenzione su ciò che il bambino sa già ed avviarlo alla concezione del numero in modo pluralistico.

E' inoltre importante ricordare che ci può essere un altro tipo di approccio al numero: l'approccio **ricorsivo**. Esso ha alla base l'idea matematica di successione e si contraddistingue per le qualità dinamiche e costruttive che possiede e per l'impostazione interdisciplinare che lo caratterizza.

L'approccio **geometrico** infine, quarto tipo di approccio al numero, prevede il riconoscere ed applicare relazioni d'ordine e operare confronti. Esso è usato, da alcuni insegnanti, per spiegare gli algoritmi di alcune operazioni come la divisione, per esempio.

C'e da dire però che tale approccio può presentare qualche difficoltà. Esso non è direttamente collegato al numero come *quantità* ma come *misura*.

Misurare è molto più complesso che contare poiché occorre innanzi tutto individuare una proprietà rispetto alla quale confrontare gli oggetti, successivamente ricorrere ad una misura relativa rispetto ad un campione per vedere quante volte essa è contenuta negli oggetti dati e passare così alla misura del numero. L'approccio geometrico quindi richiede una maggiore consapevolezza da parte degli allievi.

Fatta questa breve introduzione, che ci ha aiutato a capire meglio i vari approcci possibili, risulta interessante analizzare alcuni testi per studiare in che modo il bambino venga "portato" al numero.

I ciclo

I testi presi in esame per il 1° ciclo, i cosiddetti "quaderni operativi", sono utilizzabili nelle prime e nelle seconde classi della scuola elementare. Sono testi che, con le loro proposte operative, costituiscono un valido aiuto per gli insegnanti, purché rispettino i contenuti e le indicazioni dei vigenti Programmi Ministeriali. I capitoli visionati in ogni testo riguardano l'Aritmetica. I libri analizzati sono stati scelti tra tutti quelli presentati nelle tesine degli studenti della Facoltà di Scienze della Formazione Primaria dell'anno accademico 2000\2001.

Come abbiamo già sottolineato, abbiamo fatto un'analisi comparata di questi testi con lo scopo di verificare gli approcci utilizzati per la presentazione dei numeri Naturali.

Gli otto quaderni operativi studiati al microscopio, per così dire, sono per lo più differenti fra di loro sia per i tipi di approccio adottati per ciascun obiettivo didattico, che per la qualità della grafica e della veste iconografica. C'è da osservare però che tutti utilizzano un tipo di linguaggio semplice e ordinato, ricco di immagini e personaggi che accompagnano il bambino nello studio.

L'analisi comparativa è stata fatta con l'uso di tabelle, una per ogni testo, contenenti:
nella 1° colonna gli obiettivi didattici da analizzare, forniti dal testo, nella 2°,3°,4°,5° colonna gli approcci al numero Naturale. Il segno "1" indica la modalità secondo cui il libro ha affrontato gli argomenti.

E' importante sottolineare che tra le tante tesine visionate, abbiamo preferito, scegliere, quelle che dedicavano all'analisi comparativa lo stesso tipo di lavoro, ricercando, per tale motivo, le varie tabelle ricreate. Si è poi completato queste con le nozioni espresse anche da altri studenti che hanno analizzato gli stessi libri in maniera più discorsiva. Il lavoro non è stato facile nella realizzazione in quanto si sono spesso riscontrate delle differenze di pensiero tra gli studenti, nell'analisi degli approcci di determinati libri. E' capitato infatti che mentre alcuni ragazzi associavano un determinato concetto di un testo ad un certo approccio, altri riscontravano per lo stesso concetto un'impronta del tutto diversa e quindi riportavano un altro approccio.

Nell'impossibilità di visionare direttamente i libri, si è deciso quindi, in questo caso, di riportare entrambe le "visioni" del problema con l'intenzione di ricercare, in futuro, in commercio, i testi "imputati" ed analizzare più da vicino la questione.

C'è da osservare inoltre che molte delle "voci" presentate nelle tabelle ricreate potrebbero, in una diversa analisi del lavoro, essere riunite in un'unica categoria comune, in modo tale da rendere più confrontabili i grafici riportati per ogni testo. Per spiegare meglio il lavoro che si potrebbe fare su ogni tabella potremmo fare quest'esempio esplicativo: nella prima tabella, quella relativa al testo "Progetto matematica" per la 1° elementare, le voci "Conoscere i numeri da 0 a 9", "Contare in ordine progressivo e regressivo", "Localizzare oggetti nello spazio usando i termini: Davanti-Dietro…" potrebbero essere "raggruppate" nella sola classe " Conoscere il valore posizionale delle cifre".

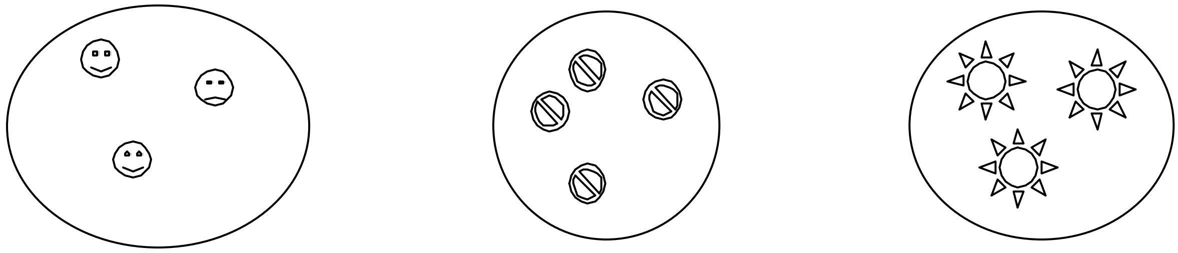
In conclusione le tabelle presentate riassumo tutte le posizioni riscontrate senza una nostra valutazione.

Il fine di questo lavoro sarà quello di fare una statistica finale di tutti i testi analizzati per vedere quale approccio viene preferito dagli autori per spiegare un determinato argomento dell'Aritmetica del numero Naturale, ai bambini.

ESEMPI DI UTILIZZO DEGLI APPROCCI AL NUMERO NATURALE (I CICLO)

Approccio CARDINALE:

Congiungi con una linea gli insiemi equivalenti:



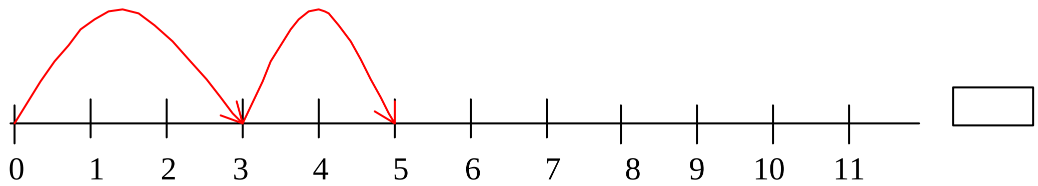
In questo caso viene chiesto al bambino di identificare gli insiemi equivalenti attraverso la corrispondenza degli elementi.

Estratto dal testo: MATELANDIA 2

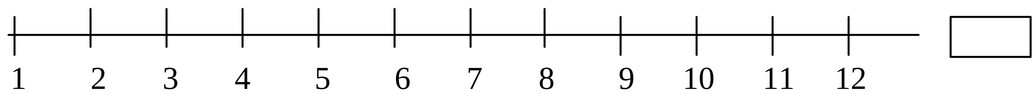
Approccio ORDINALE

Disegna i salti che il nostro amico canguro ha fatto e scrivi nelle caselle in quale numero si è fermato.

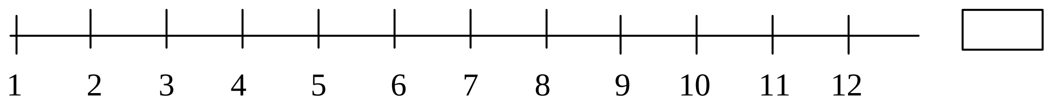
3+2=5



4+3=



8+2=



Estratto dal testo: MATELANDIA 2

Approccio RICORSIVO

Completa la seguente fila di numeri: 2,4,6,8,…..12,…..16,……….20

Estratto dal testo: MATELANDIA 2

Approccio GEOMETRICO

In nessuna delle tesine visionate si riscontrano esempi chiarificatori sull'utilizzo dell'approccio geometrico al numero. (Probabilmente per le difficoltà, legate a tale approccio, riferite precedentemente.)

II ciclo

Lo stesso lavoro fatto in precedenza per il primo ciclo ed i testi ad esso associati, lo faremo ora per il secondo ciclo. Non ripeteremo quindi come sono strutturate le schede o perché si è scelto un libro rispetto ad un altro altrettanto "buono", tra quelli presenti nelle tesine studiate.

Avendo visto in cosa consiste il primo ciclo, ci chiediamo: in cosa consiste questo secondo ciclo?

Di cosa trattano i testi appartenenti a questo nuovo ciclo ?

I sussidiari, come abbiamo già detto in precedenza, seguono i contenuti e le indicazioni dei Programmi Ministeriali e si propongono di fare acquisire all'alunno, non soltanto i principali concetti costruttivi della disciplina, ma anche strategie e tecniche di studio che lo rendono autonomo. Lo studente allora avendo acquisito il concetto di numero, nel primo ciclo, deve nel II ciclo successivamente apprendere tutte le proprietà fondamentali delle operazioni attraverso uno studio sistematico, finalizzato all'acquisizione dell'abilità del calcolo mentale.

Analizzeremo quindi i testi, destinati alle terze, alle quarte e alle quinte elementari, che presentano le operazioni e le loro proprietà, evidenziando, come nel I ciclo, gli approcci utilizzati.

Da una prima analisi si evidenzia che tutti i testi presi in esame sono ricchi di esercizi di calcolo, giochi su tabelle ed attività per il calcolo mentale.

ESEMPI DI UTILIZZO DEGLI APPROCCI PER L'INTRODUZIONE ALLE PROPRIETA' FORMALI E LE LORO RELAZIONI CON IL CALCOLO MENTALE (II CICLO)

Proprietà COMMUTATIVA (+ , x)

Si affronta l'argomento riguardante la proprietà commutativa dell'addizione e della moltiplicazione, per cui a+b o axb= b+a o bxa, utilizzando 2 tabelle.

La prima è una tabella additiva, la seconda è una tabella moltiplicativa.

In ambedue, nelle caselle disposte simmetricamente compaiono gli stessi numeri.

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	5
2	2	3	4	5	6
3	3	4	5	6	7
4	4	5	6	7	8

X	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	6	8
3	0	3	6	9	12
4	0	4	8	12	16

1+0 = 1 0+1 = 1

2+1 = 3 1+2 = 3

3+2 = 5 2+3 = 5

4+3 = 7 3+4 = 7

0x1 = 0 1x0 = 0

2x1 = 2 1x2 = 2

3x2 = 6 2x3 = 6

4x3 = 12 3x4 = 12

In questo modo al bambino, si fa notare che cambiando l'ordine degli addendi il risultato non cambia.

Nelle tabelle si vede inoltre che qualsiasi numero sommato a 0 dà il numero di partenza 1 + 0 = 1

4 + 0 = 4

Si dice che lo zero è l'elemento neutro per l'addizione.

Qualsiasi numero moltiplicato per uno da il numero di partenza.

3 x 1 = 3 4 x 1 = 4

Si dice che l'uno è l'elemento neutro della moltiplicazione.

Proprietà ASSOCIATIVA (+ , x)

Per quanto riguarda la proprietà associativa della moltiplicazione e dell'addizione per cui (a+b)+c o (axb)xc = a+(b+c) o ax (bxc), vengono proposti al bambino degli esercizi

5+5+6 = 16	9+7+3 = 19	2x5x3 = 30	3x3x5 = 45
10+6 = 16	16+3 = 19	10x3 = 30	3x15 = 45

Proprietà INVARIANTIVA (- , :)

Secondo la proprietà invariantiva il risultato della sottrazione e della divisione non cambia quando si somma o si sottrae uno stesso numero sia al minuendo che al sottraendo, sia al dividendo che al divisore. Essa viene affrontata attraverso la presentazione di due tabelle.

La prima è una tabella di sottrazione, la seconda di divisione. Sia nell'una che nell'altra ci sono delle caselle vuote.

-	0	1	2	3	4
0	0				
1	1	0			
2	2	1	0		
3	3	2	1	0	
4	4	3	2	1	0

:	0	1	2	3	4
0					
1		1			
2		2	1		
3		3		1	
4		4	2		1

Una divisione il cui divisore è 0 non è ammessa.

Tabella di sottrazione.

Nell'insieme dei numeri naturali la sottrazione è possibile solo quando il minuendo è maggiore del sottraendo.
Si può notare, dalla tabella, che se a qualsiasi numero si sottrae 0, si ottiene il numero di partenza.
2 - 0 = 2 3 - 0 = 3

Lo zero è l'elemento neutro della sottrazione.

Tabella di divisione.

Nell'insieme dei numeri naturali la divisione è possibile solo quando il dividendo contiene esattamente il divisore.
Nella tabella si può notare che qualsiasi numero diviso per uno dà come quoziente il numero di partenza.
3 : 1 = 3 2 : 1 = 2

L'uno è l'elemento neutro della divisione.

Vengono proposti poi degli esercizi per far capire la proprietà invariativa al bambino.

24 - 12 = 12
+4 +4
28 - 16 = 12

16 : 4 = 4
x2 x2
32 : 8 = 4

Sia la sottrazione che la divisione godono rispetto alle altre operazioni della proprietà invariantiva.

Proprietà DISTRIBUITIVA (x)

La proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione viene affrontata spesso dagli Autori proponendo degli esercizi.

4 x (3+7) = 4 x 10 = 40
4 x 3 + 4 x 7 = 12 + 28 = 40

Estratto dal testo: IMMAGINI-PAROLE-FATTI

RELAZIONE TRA IL CALCOLO MENTALE E PROPRIETA' FORMALI

Proprietà COMMUTATIVA

E' una proprietà molto utile nel calcolo mentale sia per l'addizione che per la moltiplicazione.
Facilita, infatti, moltissimo i calcoli. Se il bambino si trova a dover calcolare 5+231 oppure 5x122 gli converrà senza dubbio invertire l'ordine dei fattori ed addizionare 231+5 o moltiplicare 122x5

Proprietà ASSOCIATIVA

E' anch'essa una proprietà molto utile nel calcolo mentale in quanto consente maggiore rapidità di procedura sia nell'addizione che nella moltiplicazione.
Per calcolare 2x5x17 converrà moltiplicare, a mente, 2x5 e solo dopo 10 x17

Proprietà INVARIANTIVA

Questa proprietà vale sia per la divisione che per la sottrazione. E' utile per velocizzare i calcoli mentali del bambino.
Per esempio se si deve eseguire l'operazione: 140\20, converrà prima dividere ambo i membri per 10 e successivamente eseguire la divisione 14\2 che facilmente fa 7. Allo stesso modo si procede per la sottrazione.

Proprietà DISTRIBUITIVA

Dobbiamo calcolare 15x13. Scomponiamo allora 13 in 3+10 e procediamo così:
(15x3)+(15x10)=45+150=195
Tale proprietà è utile per sostituire ad un prodotto "difficile" due o più prodotti più "facili".
Si usa anche nelle divisioni i cui termini finiscono con gli zeri e con i numeri decimali, quando si pareggiano le cifre.

Proprietà DISSOCIATIVA

Tale proprietà è molto utile per eseguire facilmente, a mente, le addizioni e le moltiplicazioni, che terminano con gli zeri.
Esempio: 124+8=(120+4)+8=120+12=132
12x50=12x(5x10)=(12x5)x10=60x10=600

Alleghiamo qui di seguito i collegamenti ipertestuali riferiti alle tabelle relative ai testi riportati:

I ciclo:

1) Testo: Progetto matematica, Carla Mazzoni, Paola Bartocci, Raffaello editore, 1996-1997
Classe 1° elementare
Estratto dalla tesina di:
Abate V., Di Bella I., Ferreri C. ; Gennusso C., Guarrato C.,Salemi G. ; Leone I.,Sinaguglia A., Bucceri M., Curto M. ; Cacioppo Catia, Abbruzzo A., Montalbano S., Bondì D. ; Giaconia D., Palazzolo G.

2) Testo: Nuovo quaderno di Matematica e scienze Falaschi,Gadola,Gaeta,Juvenilia,1996
Classe: 1° elementare
Estratto dalla tesina di Anastasi Enrica,Giaconia Provvidenza, Targia Giuseppa

3) Testo: Nuova Matelandia,S. Bonucelli,Bargellini,
Signorelli Editore, 1998 Classe: 1° elementare
Estratto dalla tesina di Anastasi Enrica,Giaconia Provvidenza, Targia Giuseppa
e di: Finazzo Marilena, Lupo Rosa Maria

4) Testo: MatMat, Germana Girotti, Signorelli,
Classe: 2° elementare
Estratto dalla tesina di:
Angela Canale, Giorgia Balistreri, Mariangela Scopelliti

5) Testo: Matematica,Bonacini,Minerva Italica,1990
Classe: 2° elementare
Estratto dalla tesina di: Alessandra Ajovalasit,Mia Giunta, Sonia Paci, Giuseppe Palazzi
e dalla tesina di: Damiana D'Azzo, M.Lucia Ferrantelli, Nadia Ingargiola

6) Testo: Matemania, Giovanna Gueli, Minerva Italica, 1996, Firenze Classe: 2°
Estratto dalla tesina di: Di Giovanni C., Figuccio I., La Gumina N., Picone G.; Ambrosiano F., Altadonna S., Minardi M.; Agnello P., Daidone C., Messina N.; Canale A., Balistreri G., Scopelliti M.

7) Testo: Rataplan, Angela Fioroni, Silvana Anelli, Casa editrice Piccoli, 1990, Milano
Estratto dalla tesina di: Elisa Magistro, Lucia Torricelli

8) Testo: La nuova matematica,Annamaria Uberti Gotti, Carlo Signorelli editore, 1999
Classe 1° elementare
Estratto dalla tesina di: Li Puma Laura, Rubino Filippa

II ciclo:

1) Testo: Il libro di base, sussidiario per la scuola elementare,Cetem,1988
Classe: 4° elementare Estratto dalla tesina di: Anzalone Romina,Lo Sciuto Michela, Marino Francesca, Mortillaro Serena M.P.

2) Testo: Esplorando, Silvana Apolloni, Luva Mozzati, Beatrice Reggiani, Theorema Libri,1999, Bona(TO) Classe: 3° elementare
Estratto dalla tesina di: Nola Caterina, Sardisco Francesca

3) Testo: Imparare la matematica, A.A.,V.V.Classe: 5° elementare
Estratto dalla tesina di: D'Azzo Damiana, M.Lucia Ferrantelli, Nadia Ingargiola.

4) Testo: Il Paginone ,Enrico M.Salati, La scuola
Estratto dalla tesina di: Maria Serena Barba,Valentina Cerami, Cinzia Guaresi.

CAPITOLO II

Analisi a-priori e sperimentazione di una situazione\problema riguardante l'aritmetica del 1° ciclo e 2° ciclo

I programmi didattici sottolineano che: "Il pensiero matematico è caratterizzato dall'attività di risoluzione di problemi e cioè con la propensione del fanciullo a porre domande e a cercare risposte. Di conseguenza le nozioni matematiche di base vanno fondate e costruite partendo da situazioni problematiche concrete, che scaturiscano da esperienze reali del fanciullo e che offrano anche l'opportunità di accettare quali apprendimenti matematici egli ha in precedenza realizzato, quali strumenti e quali strategie egli utilizza e quali sono le difficoltà che incontra."

Evidentemente l'attività di problematizzazione di cui parlano i programmi non è riconducibile alla risoluzione dei tradizionali problemi scolastici di aritmetica o geometria; l'esercizio proposto non deve soltanto avere lo scopo preciso e limitato di accertare specifiche capacità operative in ordina a determinati contenuti, ma si deve concepire come spunto, come stimolo propositivo di nuove conoscenze.

"L'educazione matematica contribuisce alla formazione del pensiero".

Il problema della scuola "tradizionale" ha sempre una precisa connotazione: è sempre risolvibile ed ammette un'unica soluzione accettabile. In questo "vicolo a senso unico" esso si definisce e si qualifica solo ed esclusivamente per il numero delle domande e delle operazioni aritmetiche richieste dalla soluzione. In quest'ottica, il convenzionale problema di aritmetica scade a livello di routine, di semplice esercizio di calcolo ed è quindi del tutto demotivante per lo studente.

Il problema scolastico deve quindi essere abolito? Niente affatto! Il suo ruolo deve venire anzi esaltato. Affinché ciò avvenga , esso deve però essere innanzi tutto ridefinito.

L'insegnante dovrà quindi saper creare un clima idoneo e condizioni che stimolino la curiosità del bambino. E' importante che gli studenti comprendano il testo del problema, scoprino i rapporti che intercorrono tra le varie informazioni, sviluppino un piano di risoluzione e verifichino il risultato.

Quello che ci siamo prefissati di fare, in questo II capitolo della relazione, è riportare ed analizzare alcune situazioni\problemi che sono state create dagli studenti della facoltà di Scienze della Formazione Primaria nelle composizioni di Didattica della matematica dell'anno 2000\2001.

Ognuna di queste ha come scopo il verificare se i bambini sono in grado di rappresentare matematicamente semplici situazioni concrete, che si rifanno, sia per il primo ciclo (studenti della 1° e 2° elementare) che per il secondo ciclo (3°,4° e 5° elementare) all'uso delle quattro operazioni fondamentali (addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione) e alle loro proprietà.

Per entrambi i cicli, come pre-requisiti si richiede, quindi, che il bambino conosca già i concetti fondamentali del calcolo.

Tutte le situazioni\problemi che sono state presentate nelle varie tesine, sono state classificate secondo l'operazione base richiesta nel problema e sono state valutate sia per l'analisi a-priori svolta che per la sperimentazione condotta in classe. Secondo l'obiettivo del nostro lavoro sono state scelte e riportate le migliori analisi a-priori (che evidenziano tutte le possibili strategie usate da uno studente) e le sperimentazioni meglio dettagliate (per analizzare più da vicino il comportamento del bambino), senza il vincolo di dover evidenziare necessariamente entrambi gli aspetti delle situazioni scelte. Capiterà quindi che di una determinata tesina venga presa in considerazione l'analisi a-priori della situazione ricreata ma non si faccia menzione della relativa sperimentazione e viceversa.

Riportiamo quindi le situazioni\problemi scelte, dividendole per ciclo.

I ciclo

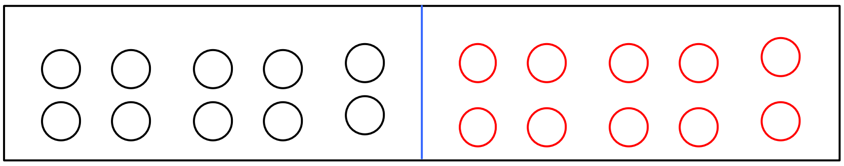
<u>Problema riportato dalla tesina di Anastasi Enrica, Giaconia Provvidenza, Targia Giuseppa</u>:

Testo: Il papà di Maria ha una raccolta di 20 dischi. I dischi di cantanti stranieri sono 10, quanti sono i dischi di cantanti italiani?

Operazione richiesta: sottrazione.

Analisi a-priori: Possibili strategie risolutorie messe in atto dai bambini:

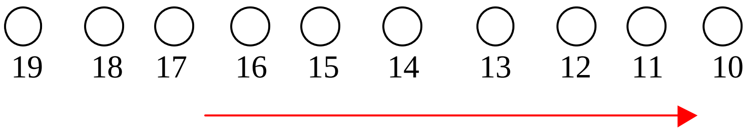
STRATEGIA N.1 (corretta)
Il bambino disegna uno schieramento di 20 dischi e separa fisicamente da questo i 10 dischi stranieri, per focalizzare il numero di dischi rimasti.



Quindi interviene, in questo caso, l'idea di sottrazione come separazione: viene rappresentata la quantità che nel problema figura come maggiore e da essa viene tolta la quantità minore.

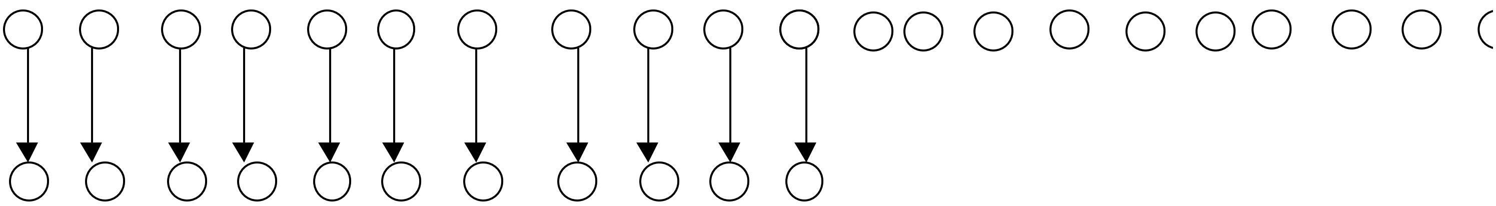
STRATEGIA N..2 (corretta)

a) Il bambino, servendosi dell'uso delle dita, attua una conta alla rovescia a partire dalla raccolta dei 20 dischi e percorrendo, una alla volta, tanti passi di conta quanti sono i dischi stranieri, arriva in tal modo all'ultimo numero pronunciato nella sequenza di conta.



b) Sempre utilizzando le dita della mano il bambino può seguire una diversa procedura di pensiero. Partendo dalla raccolta dei 20 dischi egli inizia la conta a ritroso, sino ad arrivare al numero che corrisponde ai dischi stranieri.

STRATEGIA N.3 (corretta)
Il bambino si rappresenta graficamente la raccolta dei 20 dischi ed i 10 stranieri. Dal confronto, uno ad uno, emerge l'insieme dei dischi che non possono essere messi in corrispondenza biunivoca. Tale numero corrisponde alla quantità dei dischi italiani.

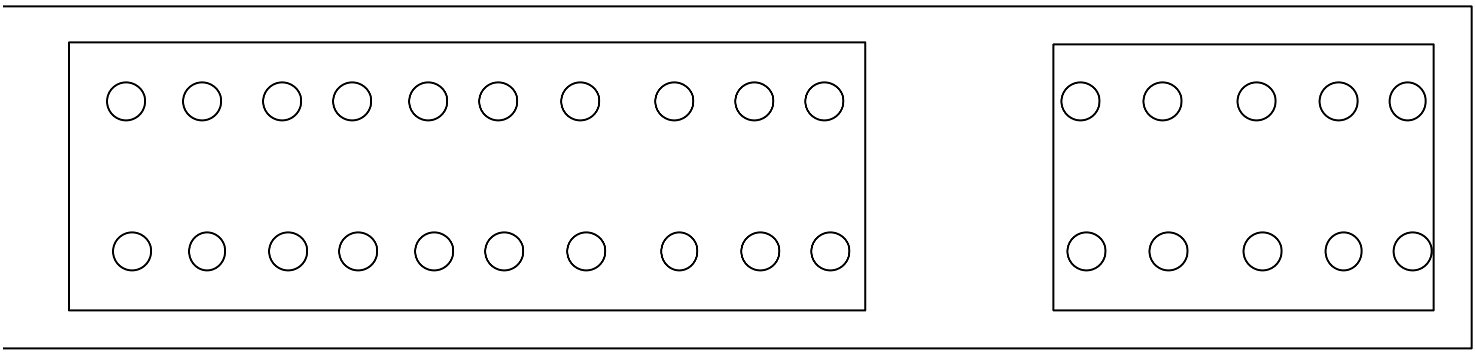


STRATEGIA N.4 (corretta)

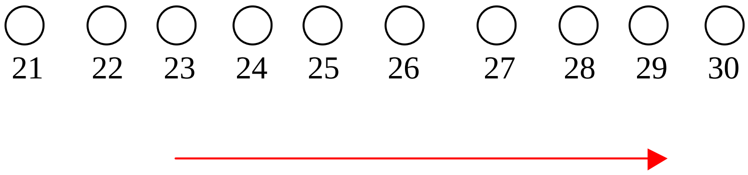
Il bambino parte dal dato minore fornito dal problema(10 dischi stranieri) e si basa sulla procedura di aggiunzione fino ad arrivare al dato maggiore (raccolta dei 20 dischi). Il numero degli elementi aggiunti sarà il risultato.

STRATEGIA N.5 (errata)

a) Il bambino, a causa di un'errata comprensione del testo, e quindi di una difficoltà semantica, basata sulla mancata distinzione tra i dischi stranieri e quelli italiani, potrebbe intendere il quesito in termini di addizione (Quanti sono in tutto i dischi?). Procederebbe quindi nel raffigurarsi 20 dischi ed a parte i 10 dischi stranieri, per poi unirli in un unico insieme.



b) Il bambino, servendosi dell'uso delle dita, inizia a contare da 20 e percorrendo, uno alla volta 10 passi, conta quanti sono gli altri dischi, arriva in tal modo all'ultimo numero pronunciato nella sequenza di conta.



Sperimentazione:

Dopo aver effettuato l'analisi a-priori del problema posto, gli studenti Anastasi Enrica, Giaconia Provvidenza e Targia Giuseppa lo hanno somministrato a 10 bambini di una seconda elementare. Dai protocolli, si evince lo svolgimento del quesito, eseguito con l'operazione in colonna, ma non si evidenziano le strategie risolutorie utilizzate dai piccoli studenti. Per avere, quindi, un quadro generale più chiaro, al momento della consegna è stato chiesto ai bambini di spiegare la strategia usata nel rispondere alla domanda.

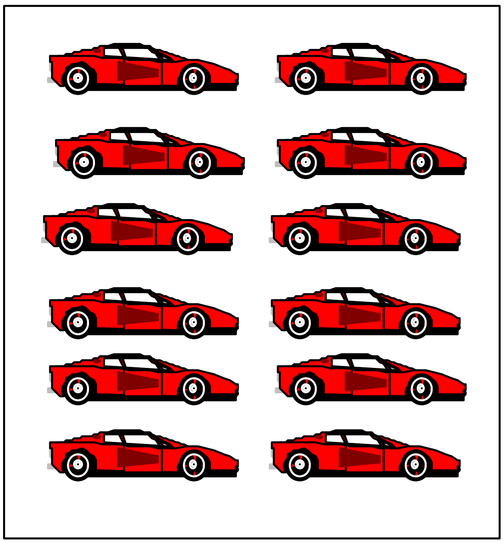
Dai dati rilevati, e riportati nello schema seguente è emerso che tutti i bambini si servono dell'uso delle dita per facilitarsi nell'operazione di conta. Tra le due strategie che si fondavano sull'uso delle dita si è riscontrato un utilizzo maggiore della prima (STRATEGIA N. 2a).

Come previsto, inoltre, alcuni bambini hanno incontrato nel problema una difficoltà semantica, risolvendolo con un'operazione di addizione. Anche in questi casi, comunque, i bambini si sono serviti dell'uso delle dita (STRATEGIA N. 5b)

Alleghiamo, quindi statistica finale della sperimentazione

Problema riportato dalla tesina di Ingardia Maria Donatella, Lucchese Floriana, Ragusa Francesca, Vinci Franca Valeria:

Testo: In un autosalone ci sono tante macchine in esposizione, pronte per essere vendute.
Tutte sono sistemate in diverse righe.
Quante automobili ci sono in tutto nell'autosalone ?



Operazione richiesta: addizione o moltiplicazione.

Analisi a-priori: Possibili strategie risolutorie messe in atto dai bambini:

A1 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1 =

A2 2+2+2+2+2+2 =

A3 6+6 =

A4 6x2 =

A5 Altro

A6 $\begin{array}{r} 6\ + \\ 6\ = \\ \hline 12 \end{array}$ oppure $\begin{array}{r} 6\ \mathrm{x} \\ 2\ = \\ \hline 12 \end{array}$

A7 (strategia errata) 2x5 =

A8 (strategia errata) 2+6 =

LEGENDA:

A1 addizione
A2 addizione
A3 addizione
A4 moltiplicazione
A5 altro
A6 addizione o moltiplicazione in colonna
A7 moltiplicazione
A8 addizione

Sperimentazione:

Dopo aver effettuato l'analisi a-priori del problema posto, gli studenti Ingardia Maria Donatella, Lucchese Floriana, Ragusa Francesca, Vinci Franca Valeria lo hanno somministrato ai bambini di una seconda elementare, approfittando delle ore di tirocinio in cui fanno osservazione. Il campione è formato da 18 studenti di età compresa tra i 7 e gli 8 anni.

Nonostante alcuni bambini inizialmente abbiano trovato difficoltà nello svolgere il problema, alla fine tutti sono riusciti a risolverlo, anche se in tempi diversi.

Tempo massimo concesso: 30 min.

Alleghiamo, quindi, la statistica finale della sperimentazione notando che, anche in questo caso, le soluzioni previste dagli studenti si sono dimostrate, nella realtà di classe proposte valide.

Problema riportato dalla tesina di Leone Isabella Rita, Sinagiglia Antonella, Bucceri Mariangela, Curto Maria

Testo: Ho 5.000 Lire, voglio comprare un cono gelato da 2.000 Lire ed un pacchetto di caramelle da 1.300 Lire.

a) Quanti soldi mi restano?
b) Ho abbastanza soldi per comprare un altro pacchetto di caramelle da 1.300 Lire per mio fratello ?
c) Se si, mi restano dei soldi ?

Operazione richiesta: addizione e sottrazione.

Analisi a-priori: Possibili strategie risolutorie messe in atto dai bambini:

STRATEGIA N.1 (corretta)

£2.000 + £1.300 = £3.300

↓

Soldi per il gelato e le caramelle

Operazione

2.000+
1.300=
———
3.300

£5.000 - £3.300 = £1.700

↓

Soldi rimanenti

5.000-
3.300=
———
1.700

£1.700 - £1.300 = £400

↓

Soldi restanti comprando un altro pacchetto di caramelle

1.700-
1.300=
———
400

STRATEGIA N.2 (corretta)

£5.000 - £2.000 = £3.000

↓

Soldi totali meno soldi del gelato

Operazione

5.000-
2.000=
———
3.000

£3.000 - £1.300 = £<u>1.700</u> ↓ Soldi rimanenti meno i soldi Per comprare le caramelle

3.000-
1.300=
______
1.700

£1.700 - £1.300 = £<u>400</u> ↓ Soldi restanti comprando un altro pacchetto di caramelle

1.700-
1.300=
______
400

STRATEGIA N.3 (corretta)

£1.300 x 2 = £<u>2.600</u> ↓ Soldi che occorrono per comprare Due pacchi di caramelle

Operazione

1.300x
2=
______
2.600

£2.000 + £2.600 = £<u>4.600</u> ↓ Soldi che occorrono per Comprare due pacchi di caramelle più il gelato

2.000+
2.600=
______
4.600

£5.000 - £4.600 = £<u>400</u> ↓ Soldi restanti

5.000-
4.600=
______
400

STRATEGIA N.4 (corretta)

£5.000 - 2000 = £<u>3.000</u> ↓ Soldi che mi rimangono comprando il gelato

Operazione

5.000-
2.000
______
3.000

£1.300 x 2 = £<u>2.600</u>

↓

Soldi che occorrono per
Comprare due pacchi di caramelle

1.300x
2=
____
2.600

£3.000 - £2.600 = £<u>400</u>

↓

Soldi restanti delle 5.000 Lire

3.000-
2.600=
____
400

STRATEGIA N.5 (corretta)

£2.000 + £1.300 + £1.300= £<u>4.600</u>

↓

Soldi che occorrono per comprare
due pacchi di caramelle più
il gelato

Operazione

2.000+
1.300+
1.300=
____
4.600

£5.000 - £4.600 = £<u>400</u>

↓

Soldi complessivi meno soldi spesi

5.000-
4.600=
____
400

STRATEGIA N.6 (errata)

£5.000 - 2.000 = £<u>3.000</u>

Operazione

5.000-
2.000=
____
3.000

£3.000 - £1.300 = £<u>1.700</u>

3.000-
1.300=
____
1.700

£5.000 - £1.300 = £3.700

5.000-
1.300=
______
3.700

STRATEGIA N.7 (errata)

£1.300 x 2 = £2.600

Operazione

1.300x
2=
______
2.600

£2.000 x 2 = £4.000

2.000x
2=
______
4.000

£4.000 x £200 = £6.600

4.000x
200=
______
6.600

Sperimentazione:

Omettiamo la sperimentazione

Problema riportato dalla tesina di D'Agostino Maria Stella, Manzo G.ppa Linda, De Nicola Cinzia

Testo: Esmeralda è contenta quando la mamma compra del detersivo per il bucato: dentro ogni scatola di detersivo ci sono 3 palloncini in omaggio.

Quanti palloncini ha in tutto Esmeralda dopo che la mamma ha comprato quattro scatole di detersivo?

Operazione richiesta: Moltiplicazione.

Analisi a-priori: Possibili strategie risolutorie messe in atto dai bambini:

Omettiamo l'analisi a-priori

Sperimentazione:

La scheda per la prova sperimentale è stata proposta a 4 bambini della scuola elementare del Turrisi Colonna, frequentanti una classe II il 30/05/2001.

I nomi dei bambini sono: Tiziana, Colin, Gabriele e Matteo Maria.

Dato che non era possibile applicare la scheda a tutta la classe (poiché essa era già impegnata in altre attività) le studentesse hanno chiesto alla maestra di indicare quattro bambini secondo fasce di livello eterogenee.

Osservando i bambini mentre compilavano le schede, si è potuto notare che essi collaboravano fra loro, chiedevano aiuto ai compagni seduti vicino.

Questo è il caso di Tiziana.

La bambina, pur ottenendo l'esatta soluzione del problema, non ha però lavorato in autonomia, chiedendo spesso l'aiuto delle ragazze (che invece la spronavano al ragionamento) e della compagna vicino.

Altro caso da sottolineare è quello di Colin e Matteo, ritenuti dalla maestra, i più bravi. Questi bambini, nello svolgere il problema, hanno collaborato fra loro e hanno fatto, quindi, lo stesso errore.

Le studentesse hanno quindi ipotizzato che forse la novità di vederle lì, li ha portati a non ragionare bene sul problema.

Gabriele, il quarto ragazzo coinvolto nella situazione, ha invece risolto correttamente il problema.

Dalla scheda di Tiziana si evince che la bambina sa utilizzare la macchina delle operazioni; ha usato una sola operazione per risolvere il problema (la moltiplicazione); non ha però tenuto conto dell'indicazione dei dati e della risposta al problema.

Dalla scheda di Gabriele si nota come il bambino abbia risolto il problema con una sola operazione, abbia indicato i dati e la risposta e abbia saputo utilizzare la macchina delle operazioni.

Le schede di Colin e di Matteo presentano i dati, l'utilizzo della macchina delle operazioni e la risposta. Essi dimostrano, però, di non conoscere il concetto di moltiplicazione e di addizione ripetuta.

Le studentesse, avendo analizzato tutte le schede compilate dai bambini, si dimostrano molto critiche verso la loro analisi a-priori riscontrando delle analogie e delle differenze rispetto ai comportamenti da loro attesi. I bambini, infatti, riferiscono D'Agostino Maria Stella, Manzo G.ppa

Linda, De Nicola Cinzia , hanno disatteso le loro aspettative, forse perché il loro inserimento nella classe ha fatto scaturire dinamiche relazionali ed emotive diverse rispetto a quella della routine.

Oltre al testo del problema, le ragazze hanno somministrato ai quattro bambini "prescelti" un mini questionario con lo scopo di analizzare l'attenzione , la comprensione effettiva dell'operazione usata per la risoluzione ed infine l'autocritica degli studenti interessati.

E' importante osservare che mentre Gabriele e Tiziana si sono dimostrati più accorti nei confronti del problema rileggendo due volte il testo; Colin e Matteo hanno dato soltanto una lettura veloce e forse questo li ha fuorviati.

Riportiamo, quindi, la tabella complessiva della sperimentazione.

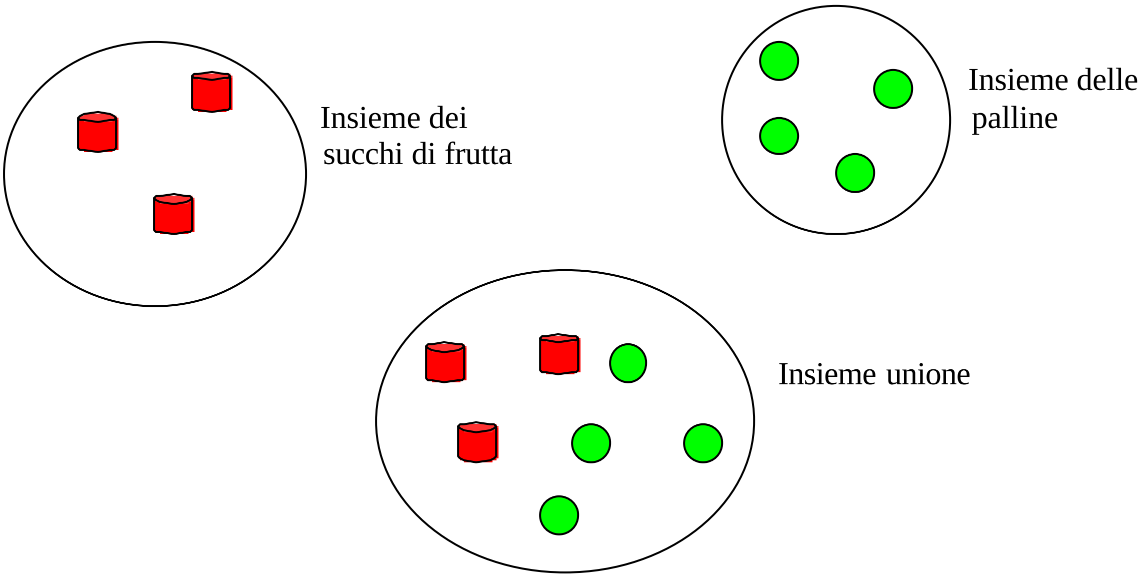
Problema riportato dalla tesina di: D'Anna Margherita, Di Maggio Salvatore, Gianmarco Loredana, Perrone Claudia

Testo: La mamma acquista a Marco 4 palline e 3 succhi di frutta. Quante cose ha comprato in tutto la mamma ?

Operazione richiesta: Addizione.

Analisi a-priori: Possibili strategie risolutorie messe in atto dai bambini:

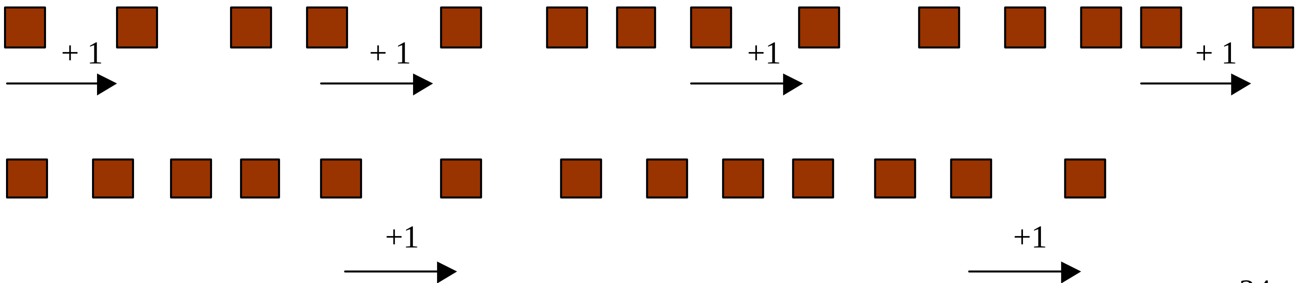
STRATEGIA N.1 (corretta)
Il bambino costruisce l'insieme unione che racchiude tutti gli elementi del problema. Seguire questa strategia presuppone che lo studente abbia compreso il rapporto di unione.



L'insieme unione contiene 7 elementi (l'unione dell'insieme delle palline con quello dei succhi di frutta)

STRATEGIA N.2 (corretta)
Si basa sui meccanismi di conta. Il bambino inizia a contare partendo da uno dei due dati e percorre uno alla volta tanti passi di conta quanti ne suggerisce il secondo dato.

STRATEGIA N.3 (corretta)
L'approccio al numero, in questa strategia, è fondato sulla ricorsività.
Il bambino aggiunge sempre 1, "contando" gli oggetti menzionati dal testo.



Sperimentazione:

Omettiamo la sperimentazione.

II ciclo

Problema riportato dalla tesina di: Angela Castagna, Cinzia Cordova, Maria Mocciaro

Testo: Per arricchire la nostra biblioteca, abbiamo acquistato una serie di volumetti sui viaggi. Una dozzina in tutto. Se ogni volumetto costa £800, quale spesa dovrà segnare il bibliotecario ?
Il dirigente scolastico, dopo aver esaminato i nuovi volumetti, decide di acquistarne altri 10.
Quanti volumetti sono stati, quindi, acquistati in tutto ?

Operazione richiesta: Addizione e moltiplicazione.

Analisi a-priori: Possibili strategie risolutorie messe in atto dai bambini:

STRATEGIA N.1 (corretta)

£(800x12) = £9.600 → Si tiene conto della struttura moltiplicativa ed additiva
12+10 = 22

STRATEGIA N.2 (corretta)

£(800+800+800+800+800+800+800+800+800+800+800+800) = £9.600
12+10 = 22 → Si tiene conto soltanto della struttura additiva

STRATEGIA N.3 (errata)

£(800+12) = £812 → Si evidenzia un problema di interpretazione del testo. C'è una difficoltà nel passare dal linguaggio naturale a quello matematico.
£(800+10) = £810

STRATEGIA N.4 (errata)

£(800x12)+10 = £9.610 → Si evidenzia un problema di interpretazione del testo. C'è una difficoltà nel passare dal linguaggio naturale a quello matematico.

STRATEGIA N.5 (errata)

£(800+10)x12 = £9.720 → Si evidenzia un problema di interpretazione del testo. C'è una difficoltà nel passare dal linguaggio naturale a quello matematico.

STRATEGIA N.6 (errata)

£(10+12)x800 = £17.600 → Non si tiene conto di tutti i passaggi utili.

STRATEGIA N.7 (errata)

£(800x12) = £10.800 → Si evidenzia un errore nella risoluzione del calcolo matematico.
12+10 = 20

Sperimentazione:

Per la sperimentazione della situazione/problema le studentesse Angela Castagna, Cinzia Cordova, Maria Mocciaro hanno somministrato il problema, studiato nell'analisi a-priori, ad una classe quarta della scuola elementare G. Vazzano.

Sul totale di dodici bambini, che hanno partecipato alla sperimentazione, soltanto sei sono riusciti a tenere conto della struttura moltiplicativa ed additiva del testo, mettendo anche in evidenza una buona capacità interpretativa del testo.

Si distingue, inoltre, un bambino che , pur non riscontrando difficoltà nel passaggio dal linguaggio naturale a quello matematico, commette un errore nel calcolo aritmetico.

Oltre al testo del problema, le studentesse universitarie hanno somministrato ai bambini "prescelti" un test sempre relativo alla situazione svolta precedentemente. Le domande poste (quante volte hai letto il problema, che tipo di operazione hai usato, come giudichi la difficoltà del problema …) sono state ideate con lo scopo di analizzare l'attenzione , la comprensione effettiva dell'operazione usata ed infine l'autocritica dei bambini.

E' importante puntualizzare che solo il 50% dei piccoli studenti ha compreso che il problema non aveva uno scopo valutativo, ma solo analizzare il livello di preparazione della classe, i restanti lo svolgono soltanto perché qualcuno ha richiesto una consegna ben precisa.

Riportiamo, quindi, la tabella complessiva della sperimentazione.

Problema riportato dalla tesina di: Dispensa Valeria, marino Aurelia, Tuttolomono Marisa

Testo: Per visitare un grande parco si possono noleggiare delle biciclette. La tariffa è la seguente.

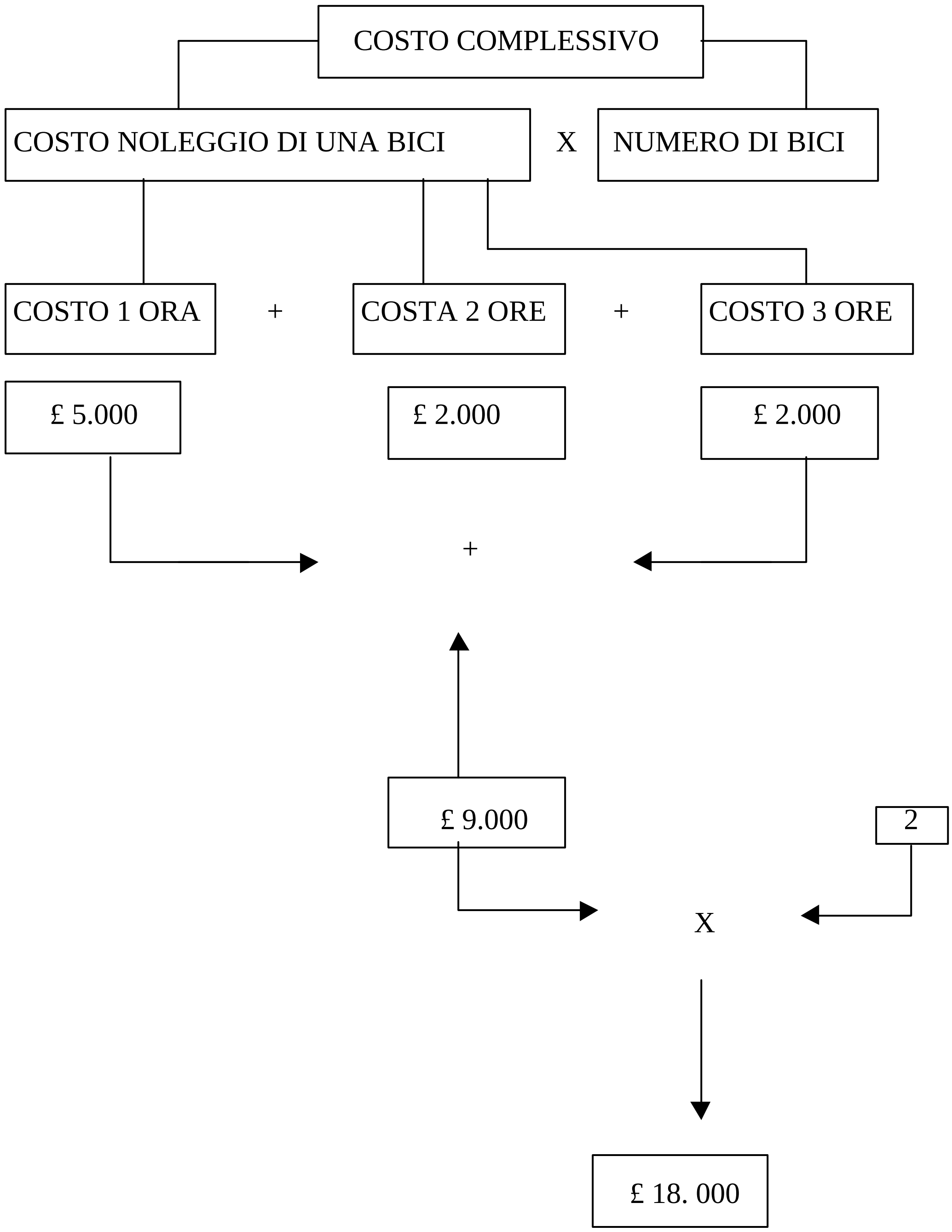
- £ 5.000 per la prima ora
- £ 2.000 per ogni ora successiva

Luigi e Saverio hanno girovagato in bici per 3 ore. Quanto dovrà versare ciascuno di essi alla cassa? E complessivamente?
Quale ragionamento fai per trovare la risposta ?

Operazione richiesta: addizione e moltiplicazione.

Analisi a-priori: Possibili strategie risolutorie messe in atto dai bambini:

STRATEGIA N.1 (corretta)



STRATEGIA N.2 (errata)

Poiché per la prima ora si spende £ 5.000, per calcolare quanto si spende in totale si moltiplica 5.000 per 2.000 per 2.000

5.000 x
2.000 x
2.000 =
____
20.000

Per sapere poi quale è la spesa complessiva si moltiplica 20 000 per 2 ottenendo £ 40.000

STRATEGIA N.3 (corretta)

£ 5.000 + (£ 2.000 x 2) = £ 5.000 + £ 4.000 = £ 9.000
Per trovare poi la spesa totale di Luigi e Silverio si esegue l'addizione: £ 9.000 + £ 9.000 = £ 18.000

STRATEGIA N.4 (errata)

£ 5.000 + (£ 2.000 x 3) = £ 5.000 + £ 6.000 = £ 11.000
Successivamente lo studente moltiplica £ 2.000 x 3 poiché il testo dice che i bambini hanno girato in bici per tre ore.
Per trovare poi la spesa complessiva si addiziona £ 11.000 + 2 = £ 11.200

STRATEGIA N.5 (errata)

Il bambino, riscontrando delle difficoltà relativo all'aspetto linguistico della formulazione del testo, potrebbe ragionare così: addizionare £ 5.000 + £ 5.000 + £ 5.000 poiché Luigi e Silverio hanno noleggiato la bicicletta per tre ore.

Sperimentazione:

Per la sperimentazione della situazione/problema le studentesse Dispensa Valeria, Marino Aurelia, Tuttolomono Marisa hanno somministrato il problema, studiato nell'analisi a-priori, ad una classe quarta del Circolo Didattico G. Oberdan di Palermo.

I bambini presenti erano 14 su 21. La classe, da ciò che riferiscono le studentesse, si è mostrata subito entusiasta dell'attività propostale e gli studenti, interessati e attenti, non sono stati distolti dalla presenza di "estranei" in classe.

Durante lo svolgimento Dispensa Valeria, Marino Aurelia e Tuttolomono Marisa hanno notato che i bambini collaboravano fra loro forse per la voglia di cooperare.

Dai dati riportati si evince che soltanto la metà degli studenti ha saputo interpretare bene i dati del problema ed ha risposto correttamente; l'altra metà ha commesso degli errori nei calcoli.

Riportiamo, quindi, la tabella complessiva della sperimentazione.

Problema riportato dalla tesina di: Di Giovanni Chiara, Figuccio Irene, La Gumina Nadia, Picone Grazia

Testo: La mamma è andata al mercato ad acquistare della frutta. In una bancarella le mele vengono vendute, in offerta, a £ 4.100 ogni 2 Kg.; in un'altra bancarella una cassetta da 3 Kg. viene venduta a £ 5.100.
In quale delle due bancarelle costa meno 1 Kg. di mele ?
(testo estratto dal libro: Il libro quaderni Matematica 4° Elementare, La Spiga, 1999, Milano)

Operazione richiesta: divisione.

Analisi a-priori: Possibili strategie risolutorie messe in atto dai bambini:

STRATEGIA N.1 (corretta)

£ 4.100 / 2 = £ 2.050

£ 5.100 / 3 = £ 1.700

Confronto i due risultati: £ 2.050 è maggiore di £ 1. 700

Risposta: Nella seconda bancarella 1 Kg. Di mele costa di meno.

STRATEGIA N.2 (corretta)

£ 5.100 / 3 = £ 1.700

£ 1.700 x 2 = £ 3.400

Confronto i due risultati per 2 Kg. di mele: £ 3.400 è minore di £ 4.100

£ 4.100 / 2 = £ 2.050

Confronto i due risultati: £ 2.050 è maggiore di £ 1. 700

Risposta: Nella seconda bancarella 1 Kg. Di mele costa di meno

STRATEGIA N.3 (corretta)

£ 4.100 / 2 = £ 2.050

£ 5.100 / 3 = £ 1.700

A questo punto il bambino si pone un'altra domanda: quanto è la differenza di costo di 1 Kg. di mele tra la prima e la seconda bancarella ?

£ 2.050 - £ 1.700 = £ 350

Risposta: Nella seconda bancarella la differenza di prezzo per 1 Kg. di mele è di £ 350.
Ala mamma conviene, quindi, acquistare le mele nella seconda bancarella.

STRATEGIA N.4 (errata)

£ 4.100 è minore di £ 5.100

Risposta: la mamma spende meno nella prima bancarella.

Sperimentazione:

Omettiamo la sperimentazione.

Problema riportato dalla tesina di Nola Caterina, Sardisco Francesca

Testo: Tre fratelli uniscono le loro economie per comprare un terreno che vale £ 10.090.800. Il primo da £ 3.390.000, il secondo £ 1.150.000 in più del primo. Quanto da il terzo fratello ?

Operazione richiesta: Addizione, sottrazione, moltiplicazione.

Analisi a-priori: Possibili strategie risolutorie messe in atto dai bambini:

Omettiamo l'analisi a-priori

Sperimentazione:

Le studentesse hanno somministrato il problema in una classe quinta dell'istituto Comprensivo Principessa Elena di Napoli nel plesso della scuola elementare.

La sperimentazione è avvenuta tramite una scheda che non solo riporta la risoluzione del problema ma, inoltre, raccoglie una serie di domande utili per la comprensione dei comportamenti acquisiti dal bambino.

Gli alunni che hanno partecipato alla sperimentazione sono stati sette. Riportiamo, quindi, la scheda riassuntiva dei dati raccolti.

III CAPITOLO

Messa a punto di una situazione a-didattica riguardante l'aritmetica. Definizione della situazione, ruolo dell'insegnante, descrizione delle consegne per gli allievi. Analisi delle fasi di azione, di formulazione, di validazione.

La parte finale di questo nostro lavoro sarà interamente dedicata all'analisi delle situazioni a-didattiche ricreate dagli studenti della Facoltà di Scienze della Formazione Primaria dell'anno accademico 2000\2001.

Puntualizziamo subito che tutti gli studenti universitari coinvolti si sono dimostrati, anche in questo tipo di attività, attenti ed interessati; c'e però da dire che le situazioni presentate non possono definirsi a tutti gli effetti situazioni a-didattiche, si avvicinano a quest'idea, ma avrebbero bisogno di riflessioni più approfondite sia riguardo al sapere in gioco che alla fase di validazione.

Molte di quelle presentate nelle tesine sono giochi che sì, portano il bambino ad una sana competizione con i compagni ma che alla fine non lo fanno riflettere sui contenuti.

In questa relazione, per rendere l'idea del lavoro svolto durante il corso, si è deciso di riportarne comunque alcune e quindi, dopo averle classificate per il tipo di operazione coinvolta, si sono scelte le più originali.

Per chiarire meglio cosa si intende per situazione a-didattica alleghiamo, alla fine del lavoro, una sintesi di una classica situazione a-didattica: Il gioco a 20
(sottrazione ripetuta - divisione)

Perché è importante che alla scuola elementare venga proposta un'attività didattica sotto forma di gioco ?
Perché i professori devono essere "addestrati" a questo tipo di attività ?

Psicologi e pediatri sono d'accordo nell'affermare che il gioco è per il bambino l'attività preminente della sua vita e che costituisce la manifestazione più completa ed autentica dell'infanzia.

Esso non solo stimola spontaneamente tutte le componenti della personalità ma inoltre è il mezzo più completo per assimilare la realtà. Il gioco induce il bambino a ragionare, a formulare giudizi e trovare conclusioni.

La matematica quindi assume adesso un ruolo differente; non è più intesa come una materia noiosa ed astratta ma bensì un'affascinante attività del pensiero umano.

Nella situazione a-didattica l'insegnante presenta all'allievo il gioco senza esplicitare lo scopo didattico da raggiungere e segue lo studente passo passo durante tutta l'attività. Il bambino dal canto suo, assimilate le regole del gioco proposto, deve fare appello a tutte le sue conoscenze e deve ricercare le strategie migliori che gli permetteranno di vincere.

Per ognuna delle situazioni a-didattiche, presentate, si metteranno in evidenza:

1) La definizione della consegna
2) Il ruolo dell'insegnante
3) La situazione d'azione
4) La situazione di formulazione
5) La situazione di validazione

1) L'insegnante, comunicato verbalmente il messaggio, "entra" nel gioco simulando la situazione che lo studente incontrerà.
2) Il ruolo del docente sarà quello di seguire i bambini nel gioco non come protagonista ma bensì come presentatore.
3) (Gioco uno contro l'altro) L'allievo sviluppa strategie e le mette alla prova per risolvere il problema, spinto da una sana competizione con gli " avversari". Le strategie sono discusse, accettate o respinte dai compagni.
4) (Gioco gruppo contro gruppo) Si possono distinguere due parti: quando i bambini discutono fra loro nel gruppo e quando il loro rappresentante è alla lavagna.
L'allievo deve avere una capacità di espressione verbale molto chiara.
5) Gli studenti, ancora divisi in gruppi, sono invitati a comunicare le proprie congetture. Quando una congettura è accettata da tutti diventa Teorema; se il ragionamento, invece, non è corretto o le prove sono insufficienti allora si devono rifiutare e ricercare una teoria esatta.

GIOCO N. 1 IL GIOCO DEI GEMELLI DIVERSI
(presentato nella tesina di: Dispenza Valeria, Marino Aurelia, Tuttolomono Marisa)

Obbiettivo generale: Individuare i numeri pari dai numeri dispari

Il gioco : Ai bambini vengono spiegate le regole del gioco e come esso si svolge.
Dopo aver preparato dei foglietti che riportano numeri pari e altri foglietti con numeri dispari, il maestro li raccoglie tutti dentro una sacca. Questi foglietti verranno estratti, successivamente, uno per uno e passo dopo passo il bambino dovrà capire ed individuare se il numero estratto appartiene alla categoria dei pari o a quella dei dispari.

Principali fasi del gioco:

1° Fase: spiegazione della procedura

Il gioco consiste nel far riconoscere ai bambini i numeri pari (gemelli) dai numeri dispari (diversi).
Dalla sacca verranno estratti dei numeri che possono essere o pari o dispari. Vince la gara chi riesce ad individuare più "appartenenze" all'una o all'altra classe di numeri.

2° Fase: gioco di uno contro uno

I bambini divisi in due gruppi giocano uno contro l'altro, a due a due, secondo le regole stabilite precedentemente.

3° Fase: gioco di uno gruppo contro un altro gruppo

I bambini si riuniscono nel proprio gruppo di appartenenza ed eleggono un portavoce.
Adesso gli studenti non solo dovranno riconoscere i pari dai dispari ma inoltre dovranno capire perché quel numero è un gemello o un diverso.

4° Fase: gioco della scoperta

L'insegnante domanda agli allievi dei due gruppi di motivare il perché un numero è detto pari o dispari scrivendo alla lavagna. Ogni gruppo ha il compito di correggere, se necessario, i compagni avversari.

I criteri utilizzati dai bambini, anche in modo illogico, potrebbero essere per esempio:

- di tipo addizionale: se viene estratto il numero 4 ed il numero 6 il bambino, formulando un ragionamento illogico, potrebbe rispondere che il 4 è pari perché si forma da 2 + 2, numeri pari, mentre 6 è dispari in quanto è 3 + 3, numeri dispari.
- di tipo figurativo: il numero 10, per esempio, potrebbe essere visto come numero pari perché è più grande rispetto ad 1 che, essendo piccolo, non è divisibile come lo è espressamente 10
- di tipo posizionale: il numero 1 è un dispari in quanto viene prima del 2 che è un pari. Quando si conta, infatti, i dispari ed i pari si alternano tra loro.

GIOCO N. 2 IL GIOCO DELLE COMBINAZIONI
(presentato nella tesina di: Anastasi Enrica, Giaconia Provvidenza, Targia Giuseppa)

Obbiettivo generale:

- Stimolare il bambino all'esercitazione delle operazioni formali (addizione, moltiplicazione e divisioni) con i numeri Naturali e Decimali, comprendendo il significato dei procedimenti di calcolo.
- Favorire la scoperta e la dimostrazione, da parte degli allievi, di una successione di Teoremi.

Il gioco: Partendo dal numero 5 il giocatore deve riuscire a trovare la giusta combinazione di quattro passaggi (raddoppiare, triplicare, addizionare e dimezzare) per giungere al numero 20. Vince chi per primo trova una giusta combinazione.

Principali fasi del gioco:

1° Fase: spiegazione della procedura

L'insegnante illustra le regole del gioco e comincia una partita contro un allievo, in seguito passa la mano ad un altro studente.

2° Fase: gioco di uno contro uno

I bambini giocano a due a due segnando su di un foglio le combinazioni scelte da una parte e dall'altra. Questa fase non deve durare più di 10 min.

3° Fase: gioco di uno gruppo contro un altro gruppo

I bambini si ripartiscono in due gruppi (A e B)e l'insegnante elegge un portavoce.
Gli studenti si rendono conto della necessita di dividersi, all'interno del gruppo, per trovare più velocemente le possibili combinazioni. Questa fase non deve durare più di 15 min.

4° Fase: gioco della scoperta

L'insegnante domanda agli allievi di esporre, alternativamente gruppo A e gruppo B, le combinazioni "scoperte". Queste vengono scritte alla lavagna e verificate dal gruppo avversario. Ogni combinazione esatta vale 1 punto mentre le combinazioni errate danno 3 punti al gruppo che ha scoperto l'errore.

Le possibili combinazioni, sia esatte che errate, ricreate dagli studenti possono essere:

5 x 2 = 10	5 x 2 = 10	5 x 2 = 10
10 x 3 = 30	10 x 3 = 30	10 + 5 = 15
30 / 2 = 15	30 + 5 = 35	15 x 3 = 45
15 + 5 = 20	35 / 2 = 15,…	45 / 2 = 22,…
5 x 2 = 10	5 x 2 = 10	5 x 2 = 10
10 + 5 = 15	10 / 2 = 5	10 / 2 = 5
15 / 2 = 7,5	5 + 5 = 10	5 x 3 = 15
7,5 x 3 = 22,…	10 x 3 = 30	15 + 5 = 20

GIOCO N. 3 ESISTE O NON ESISTE ?
(presentato nella tesina di: Abate Valeria, Di Bella Ida, Ferreri Caterina)

Obbiettivo generale: Determinare l'algoritmo risolvente un problema, applicando operazioni inverse.

Il gioco: Trovare il numero che moltiplicato per 2 e aumentato poi di 1 dia un numero scelto tra 0 e 20. Vince chi ne trova di più.

Principali fasi del gioco:

1° Fase: spiegazione della procedura

L'insegnante illustra le regole del gioco e comincia una partita contro un allievo.

2° Fase: gioco di uno contro uno

I bambini giocano a due a due segnando su di un foglio i numeri scelti. Alcuni si rendono conto che scegliere numeri dispari è la condizione necessaria per l'esistenza.

3° Fase: gioco di uno gruppo contro un altro gruppo

I bambini si ripartiscono in due gruppi e l'insegnante elegge un portavoce.
Gli studenti si confrontano e discutono sulle strategie da adottare. Alcuni possono intuire che per trovare il numero cercato occorre sottrarre 1 dal numero scelto e successivamente dividere per 2.

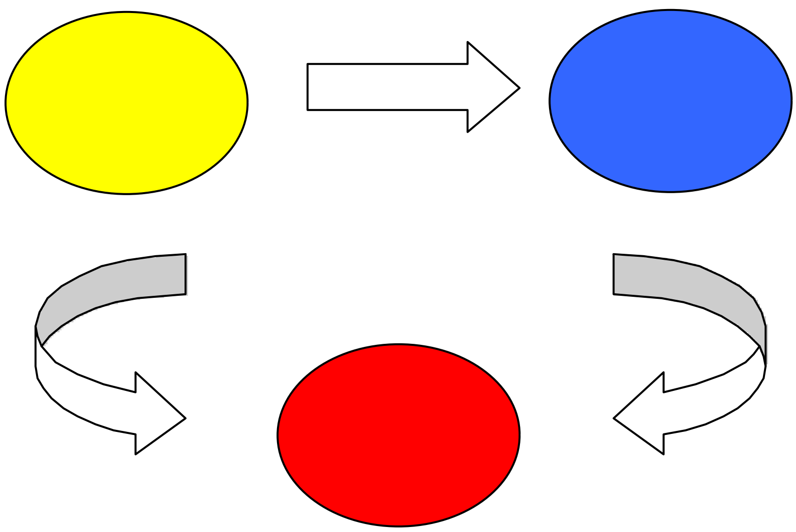
4° Fase: gioco della scoperta

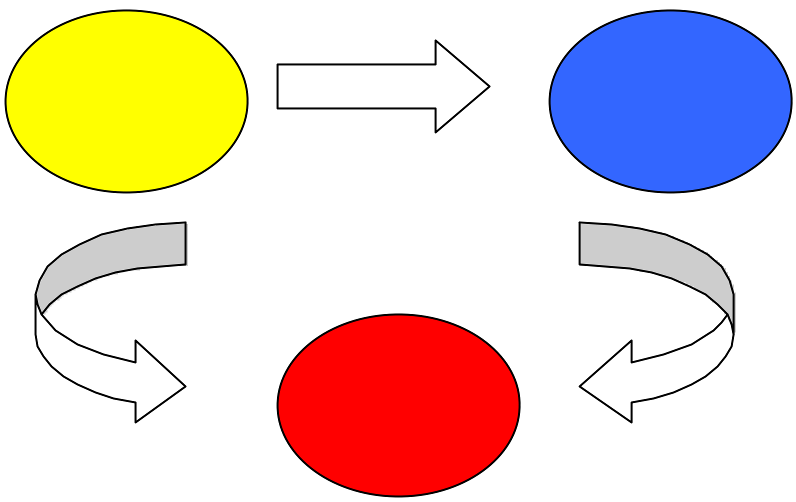
L'insegnante invita ad enunciare le proposizioni relative alle strategie scoperte e le trascrive alla lavagna. Gli alunni della squadra avversaria potranno accettarle o rifiutarle, motivando la risposta. Si attribuiranno: 1 punto per ogni proposizione corretta e 3 punti per ogni proposizione provata falsa.

GIOCO N. 4 TABELLINA DEL 3
(presentato nella tesina di: Ingardia Maria Donatella, Lucchese Floriana, Ragusa Francesca, Vinci Franca Valeria)

Obbiettivo generale: Introdurre una revisione delle tabelline, in particolare quella del 3.

Il gioco: Si formano tre gruppi di studenti e si assegna ad ogni squadra un colore (giallo, rosso e blu). Tutta la classe deve "scorrere" la linea dei numeri non menzionando né il 3 né i suoi multipli. Così ad esempio il gruppo giallo dice "1", il gruppo blu dirà "2" e quindi il gruppo rosso non potendo ripetere "3" dirà "Bum" e così via.
Si assegna un punto ad ogni errore e quindi vince chi totalizza meno punti.





Principali fasi del gioco:

1° Fase: spiegazione della procedura

L'insegnante illustra le regole del gioco e comincia una partita con altri due bambini. Poi passa la mano ai gruppi

2° Fase: gioco dei tre gruppi

Gli allievi giocano per gruppi.
In questa fase del gioco gli studenti iniziano ad applicare alcune strategie, a volte in modo implicito, senza averne coscienza. La maggior parte dei bambini fa il gioco ripetendo a mente la tabellina studiata senza pensare ad altre strategie. Durata massima 10 min.

3° Fase: gioco di uno gruppo contro gli altri due

I bambini si ripartiscono in tre gruppi e l'insegnante nomina un capogruppo.
Gli studenti si confrontano e discutono sulle strategie da adottare. Iniziano a comparire nuove strategie per rendere il gioco più semplice ed automatico: "ogni due numeri si deve dire Bum"

4° Fase: gioco della scoperta

L'insegnante chiede agli alunni di enunciare le strategie messe in atto che gli hanno permesso di vincere. Queste vengono enunciate alternativamente dai tre gruppi e scritte dal caposquadra alla lavagna. A questo punto le proposizioni vengono accettate o rifiutate e quindi conservate o cancellate.
Ogni proposizione potrà essere provata o giocando oppure con una prova intellettuale.

GIOCO N. 5 GIOCHIAMO CON GLI INSIEMI
(presentato nella tesina di: Li Puma Laura, Rubino Filippa)

Obbiettivo generale: Saper individuare le modalità che permettono di costruire Insiemi e sottoinsiemi

Il gioco: Gli alunni vengono suddivisi in gruppi di cinque elementi e ad ogni gruppo vengono consegnate 18 figure in cartoncino, della colla e dei fogli di carta da disegno. Ogni squadra deve riuscire ad eseguire dei raggruppamenti secondo criteri liberi, ma oggettivamente validi. Fatto ciò si devono attaccare tutte le figure raggruppate nei fogli a disposizione.

Principali fasi del gioco:

1° Fase: spiegazione della procedura

L'insegnante illustra le regole del gioco, designa un capitano per ogni gruppo e simula con oggetti concreti la costruzione di un insieme.

2° Fase: gioco di uno contro uno.

Ogni alunno di fronte alla prova da seguire cerca di costruire strategie e modalità di risoluzione del problema, creando una sorta di dialogo con la situazione.

3° Fase: gioco di uno gruppo contro un altro gruppo.

Gli studenti facenti parte di uno stesso gruppo si confrontano e scelgono i criteri di raggruppamento.

4° Fase: gioco della scoperta.

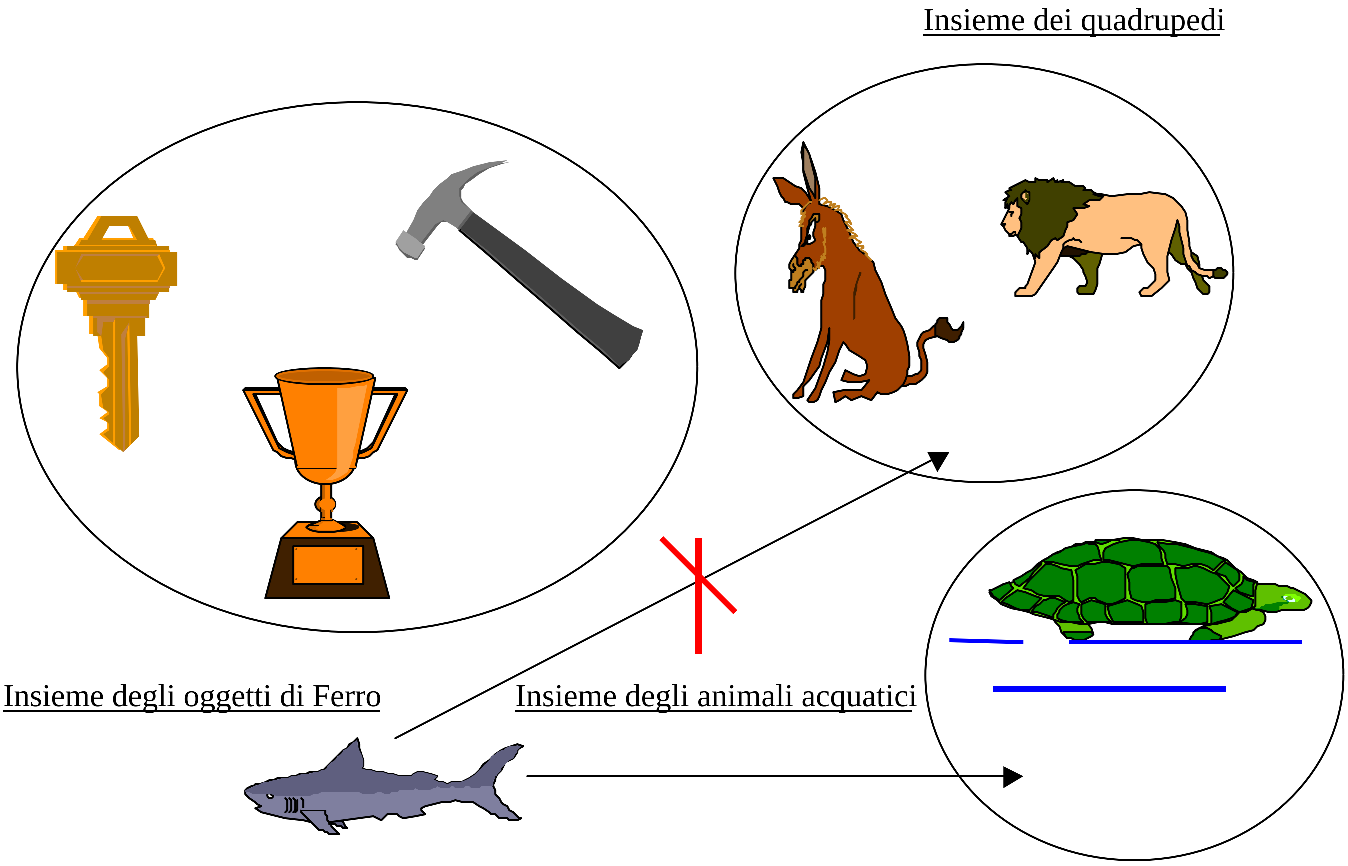
Ogni portavoce dei gruppi esplicita le strategie dei raggruppamenti, spiegando i perché e le caratteristiche prese in considerazione nella costruzione degli insiemi. L'insegnante verifica le posizioni esplicitate ed invita gli studenti delle squadre avversarie a "criticarle" accettandole o rifiutandole.

Ogni raggruppamento "corretto" per l'intera classe frutta alla squadra 1 punto, ogni abbinamento giudicato errato dà 2 punti al gruppo che ha provato la falsità della posizione.

Vince il gioco chi totalizza più punti.

Esempio:

Per schematizzare espressamente il tipo di gioco si potrebbero prendere come oggetti da inserire, questi raffigurati sotto e raggrupparli in insiemi secondo il criterio descritto.



La figura del pesce non si potrà unirla a quella dell'asinello e del leone in quanto questi sono quadrupedi. Si raggrupperà con la figura della tartaruga marina anche se sono di razze differenti.

Appendice: Il gioco a 20

Scopo del gioco: raggiungere per prima il numero 20 aggiungendo 1 o 2 al numero detto precedentemente dall'altro.

Principali fasi del gioco

Si divide necessariamente in diverse tappe con caratteristiche ben precise e non lasciate all'improvvisazione.

I fase (spiegazione della procedura - consegna)

L'insegnante gioca con uno studente per spiegare la regola del gioco, poi cede il suo posto ad un altro allievo.

In una situazione a-didattica si inizia sempre con una <u>consegna.</u> Il professore forma il messaggio che contiene le regole del gioco al fine che gli allievi lo interiorizzino e lo possano applicare. Il messaggio deve essere chiaro e non deve contenere nulla di nuovo.

L'insegnante, in questa fase, deve simulare il gioco, la situazione, e commentare passo passo le regole.

L'azione in questo caso ha una valenza fondamentale: riduce l'ambiguità del messaggio e porta l'allievo alla *retroazione* cioè alla possibilità di ripercorrere la situazione ed o rigettare del tutto l'azione proposta oppure aggiustarla e quindi scegliere tra le soluzioni possibili la migliore.

Si deve essere certi che l 'allievo abbia recepito la consegna del professore , che l 'abbia memorizzata ed interiorizzata.

<u>La retroazione è strettamente legata all'apprendimento che si vuole provocare.</u>

II fase (uno contro uno, situazione d'azione)

Si fanno giocare gli allievi a gruppi di 2 facendo riportare su un foglio i numeri scelti. Si devono giocare almeno 4 partite (almeno 10 minuti).

In questa prima fase del gioco i ragazzi applicano la regola proposta dall'insegnante. Ogni allievo ha davanti a se una situazione, deve fare delle scelte ben precise. Ci si rende conto che non è una buona strategia (almeno vincente) dare i numeri a caso, bisogna trovare numeri "adatti". Con l'azione diretta si cominciano a proporre in maniera implicita alcune strategie: <<il numero 17 può portare un vantaggio>>.

In generale una strategia è adottata dallo studente rigettando intuitivamente o razionalmente una strategia presedente. Egli per accettare una strategia nuova "la mette alla prova" e verifica la sua efficacia.

Nella seconda fase, la situazione d'azione,quindi, l'allievo costruisce le sue strategie ed apprende un metodo di risoluzione per il problema.

Logicamente non siamo ancora nella fase della formulazione, lo studente non è ancora cosciente di ciò che fà, potrebbe costruirsi anche dei modelli erronei che però giustificano più o meno il "saper fare" acquisito.

III fase (gruppo contro gruppo, formulazione)

Tutti gli allievi adesso vengono divisi un due gruppi, diventa un gioco di squadra. Per ciascuno dei due gruppi l'insegnante designa un porta voce.

Si devono giocare almeno 6 o 8 partite (almeno 15 o 20 minuti)

Ogni allievo dei due gruppi gioca una partita e la squadra guadagna un punto se la risposta è corretta. I ragazzi, a poco a poco, si rendono conto della necessità di discutere all'interno del gruppo per confrontare le proprie riflessioni ed avere una strategia comune.

Soltanto adesso compare per la prima volta la frase: <<bisogna dire 17>>

E' importante osservare che in questa fase del gioco non basta possedere il modello implicito[1], bisogna comunicarlo per convincere i compagni della propria squadra. Per vincere lo studente deve diventare cosciente delle strategie, non è sufficiente che sappia giocare (cioè che abbia un modello implicito), deve indicare al gruppo quale strategia propone. L'unico mezzo per far "lavorare" la scuadra come lui desidera è formulare una strategia.

All'interno del gruppo gli allievi sono in una situazione assolutarnente paritaria e ciò permette di discutere, rifiutare, provare tutte le possibili scelte di una strategia comune. Le ragioni che un allievo dà per convincere un altro compagno, devono essere spiegate progressivamente, costruite, provate, formulate, dibattute e convenute.

In questa fase, quindi il linguaggio gioca un ruolo fondamentale: lo studente deve fare in modo da essere compreso dai compagni dello stesso gruppo. Egli dovrà mettere a punto progressivamente un linguaggio tale da essere compreso da tutti; deve prendere in considerazione tutto ciò che ritiene pertinente alla situazione ed eliminare il superfluo.

In questa fase l'allievo non è ancora cosciente dello scopo e dell'oggetto di studio che sta considerando.

IV fase (Il gioco della scoperta, prova e dimostrazione, situazione di validazione)

In questa fase del gioco gli allievi sono sempre divisi in due gruppi concorrenti.

Il professore chiede di enunciare le scoperte fatte che portano alla verifica del gioco.

Per "scoprire" un nuovo teorema (Affermazioni sicure, vere, che tutti accettano) bisogna per prima cosa avanzare una congettura, cioè una dichiarazione; successivamente se essa verrà accettata diventerà teorema, in caso contrario sarà respinta.

I rsultati trovati vengono, quindi, scritti alla lavagna e verificate dall'altra squadra, per essere accettate o respinte; se accettate resteranno scritte sulla lavagna altrimenti verranno cancellate.

Si deve discutere almeno per 20 minuti.

Per ogni proposizione enunciata l'allievo deve provare ad un avversario se essa è vera o falsa.

Per rendere interessante questa fase si può dare la seguente regola:

ogni proposizione enunciata ed accettata vale un punto

ogni proposizione provata falsa si danno 3 punti alla squadra che ha provato ciò.

Nota: se il gioco della scoperta dovesse risultare "stagnante" (i ragazzi non trovano più delle proposizioni da enunciare), si rigioca nuovarnente.

Enunciare un teorema non significa soltanto dare un'informazione, bisogna affermare che esso è vero in un determinato "ambiente" e bisogna dimostrarlo in un determinato sistema.

Il perchè di quella affermazione dovrà essere appresa dall'allievo.

C'è però da puntualizzare che in questa fase di validazione anche se gli allievi sono motivati ed attenti nelle loro riflessioni spesso i loro ragionamenti sono ancora insufficienti e incorretti, adottano delle teorie false ed accettano delle prove incomplete e sbagliate.

---

[1] Chiamiamo modello implicito l'insieme delle relazioni o delle regolole secondo le quali l'allievo prende le sue decisioni senza essere capace di averne coscienza e quindi di formularle. Il modello implicito non coincide con il "saper fare".

La situazione a-didattica descritta avrà il compito, quindi, di condurli a rivedere le loro opinioni e farli evolvere nel ragionamento.

Soltanto dopo molte riflessioni i ragazzi scopriranno che i numeri 2, 5, 11, 17 sono quelli che permettono di vincere il gioco.

Per fare un esempio chiarificatore si potrebbe supporre una situazione di questo tipo:

La scquadra A capisce che il 17 vince e quindi propone tale numero.

La scquadra B risponderà o 18 oppure 19.

A questo punto la prima scquadra è certa di vincere la partita in quanto: aggingendo o 2 (se l'altra squadra ha risposto 18) o 1 (se l'altra squadra ha risposto 19) raggiunge per prima il 20.

Lo scopo del gioco, non dichiarato, è introdurre un revisione della divisione (sottrazione ripetuta) al fine di dare un senso concreto all'operazione non legata alle conoscenze anteriori dello studente.

Come già detto questa presentata può considerarsi una buona situazione a-didattica perchè è molto articolata, suscita interesse nei ragazzi e soprattuttto lo scopo che lo studente deve raggingere giocando non è palesemente dichiarato dall'insegnante ma bensì solo dopo attente riflessioni lo si potrà collegare direttamente allo svolgimento dell'azione.