



Comparaison de groupes d'élèves par la méthode d'analyse implicative de données

Dominique Lahanier Reuter

UFR de Sciences de l'éducation Université Lille III
 Equipe THEODILE EA 1764

UFR Sciences de l'éducation
 BP149 Pont de Bois
 59653 Villeneuve d'Ascq cedex
 dominique.reuter@univ-lille3.fr

Résumé. Nous avons pour projet d'interpréter des analyses de productions d'élèves de CM1 et CM2 en terme d'effets d'enseignement. Les résultats que nous présentons portent sur dix classes différentes et ont été obtenus selon deux procédures : soit en confrontant systématiquement des couples de classes de même niveau, soit en explorant la population totale. Nous essayons de rendre compte des résultats produits et de leurs différences.

1 Position du problème exploré

Les résultats produits par les traitements issus de la méthode d'analyse implicative de données sont des résultats sensibles aux relations entre les effectifs des sous ensembles étudiés (que nous noterons ici A et B) et l'effectif total de la population considérée (E). Le résultat admissible au niveau de confiance $1-\alpha$ symbolisé par l'implication statistique $a \Rightarrow b$ est un résultat tributaire des valeurs de $\text{card}(A)$, $\text{card}(B)$, $\text{card}(E)$, mais aussi des relations entre $\text{card}(B)$ et $\text{card}(E)$ ¹.

Nous nous proposons de présenter ici une étude où cette sensibilité des résultats produits est particulièrement intéressante, en ce qu'elle nous a conduit tout d'abord à réfléchir aux décisions méthodologiques adoptées pour le traitement statistique, puis à interroger les interprétations des résultats obtenus et par conséquent les modèles théoriques « extérieurs » dans le cadre desquels les données ont pu être recueillies. En effet, nous avons travaillé sur des études qui requerraient des comparaisons de groupes (G_1, G_2, \dots). Les résultats obtenus par le biais de l'analyse implicative (mais également par le biais d'autres types d'analyse) diffèrent selon que la comparaison est menée de groupe à groupe - auquel cas la population totale est constituée de $G_1 \cup G_2$ - ou menée sur l'ensemble total des groupes - auquel cas la population totale est constituée de $G_1 \cup G_2 \cup \dots$.

Il s'agit donc pour nous de réfléchir à la fois à l'interprétation des différents résultats obtenus mais aussi d'interroger la légitimité de ces résultats dans le cadre théorique de la recherche entreprise.

2 Présentation de la recherche et de la problématique

L'exemple que nous avons choisi d'explorer est issu d'une recherche inscrite en didactique des mathématiques, quoique elle ne soit que l'une des composantes d'une recherche beaucoup plus importante et qui draine différentes didactiques disciplinaires. La problématique principale dans laquelle elle prend sens est celle des relations entre enseignement et apprentissage, ou, pour la préciser encore davantage, celle des mesures des effets d'un dispositif pédagogique particulier sur certains apprentissages en mathématiques. De nombreuses recherches antérieures peuvent être convoquées sur ce thème, dont deux synthèses également intéressantes ont été publiées récemment (Mercier et Buty d'une part et Bru, Altet, Blanchard-Laville d'autre

¹ GRAS R. et alii, 1996, *L'implication statistique*, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp.38 –39.



part) et conjointement. Elles font apparaître comme légitime l'hypothèse selon laquelle des particularités de la gestion didactique des situations d'enseignement - apprentissage par l'enseignant peuvent avoir une influence sur l'élaboration des savoirs mathématiques et sur l'appropriation de savoirs faire également disciplinaires par les élèves concernés. Nous y ajouterons celle sur des attitudes, des comportements face à des tâches spécifiques.

Notre recherche tend donc à prendre en compte la revendication de certains enseignants à mettre en place des dispositifs spécifiques² d'enseignement dans les classes dont ils ont la charge et à tenter de décrire les effets d'un tel mode de gestion, du point de vue des performances des élèves. Notre but est donc d'exhiber des résultats confirmant ou infirmant l'hypothèse selon laquelle des effets particuliers, lus dans les activités des élèves, peuvent être reliés à des dispositifs particuliers dans les classes. C'est cette question qui nous a amenées, non pas à nous contenter de décrire les effets d'un tel mode d'enseignement au travers des activités (ou plutôt au travers de leur interprétation) sur l'ensemble des élèves concernés par ce projet, mais bien à comparer les lectures effectuées par le chercheur de l'activité de groupes d'élèves, selon que ces derniers ont pu « bénéficier » de tels modes d'enseignement ou non. Notre question, qui vise à la mise en évidence de spécificités d'activités d'élèves selon leur enseignant et par conséquent selon leurs classes respectives, nous a conduites à différencier une menée comparative de l'étude de ces activités classe « contre » classe, ou classe « contre » l'ensemble des classes. Nous nous proposons de décrire ici quelques unes des conséquences de cette décision méthodologique, en terme de résultats, puis d'essayer d'interpréter ces résultats.

2.1 Présentation de la recherche

La recherche (en cours) est une recherche longue, puisqu'elle a débuté au printemps 2000. C'est en effet en juin 2000 que l'Inspection Académique du Nord Pas de Calais autorise le mouvement de plusieurs enseignants en direction d'un groupe scolaire de la banlieue lilloise. Ce groupe scolaire est situé en REP, et il a la particularité à l'époque d'être l'un des établissements de la région présentant simultanément un déficit d'attractivité pour les familles et un classement très en deçà des moyennes académiques au regard des évaluations nationales. Grâce aux décisions et actions de plusieurs acteurs institutionnels, en particulier celles de l'inspecteur de l'Education Nationale en charge du secteur, J.R. Ghier, la nouvelle équipe d'enseignants, de la maternelle au CM2, est constituée entièrement d'enseignants se réclamant d'une pédagogie de type Freinet. Parallèlement, des contacts sont établis entre ces différents acteurs et une équipe de recherche universitaire, THEODILE³, afin de permettre de produire des outils et des résultats pour évaluer certains des effets de cette décision.

Des observations multiples ont été depuis menées par des chercheurs d'horizons proches mais cependant divers (différentes didactiques disciplinaires, sociologie, psychologie etc.). Certains résultats ont pu émerger, mais, pour des raisons méthodologiques et déontologiques, ils ne commencent qu'à présent à faire l'objet de publications.

Nous ne considérerons ici qu'une petite partie de cette entreprise, celle qui a trait à l'évaluation de ces effets sur les performances des élèves de CM1 et de CM2 relatives à des tâches mathématiques. Il s'agit de tâches effectuées dans l'espace de la classe, sous le contrôle du seul enseignant en charge de celle-ci. Leur caractéristique commune est de susciter une activité d'articulation de registres différents (au sens de DUVAL⁴), activité dont nous supposons, avec lui, qu'elle peut être conçue comme à la fois représentative et constitutive de l'activité mathématique. Ainsi trois exercices ont été présentés (à des moments différents) aux élèves : le premier, sur lequel nous nous attarderons dans le cadre de cette communication, propose une tâche de classement de nombres représentés par des écritures fractionnaires et décimales puis une tâche de placement des nombres étudiés sur une droite numérique. Le second est l'occasion d'écrire un texte en

² Cette revendication n'est pas interrogée dans le cadre de cette communication.

³ Théories didactiques de la lecture et de l'écriture.

⁴ DUVAL R., 1995, *Sémiosis et pensée humaine*, Peter Lang, Berne.



langage « naturel », puisqu'il est demandé de décrire un processus de construction d'une figure géométrique donnée. Enfin le dernier article un registre tabulaire et de nouveau le registre des figures géométriques « connues » : l'élève a pour tâche de compléter le tableau proposé à l'aide d'informations prises sur les figures représentées puis, inversement, de compléter certaines figures à l'aide d'informations lues dans le tableau.

Afin de pouvoir comparer les productions des élèves des classes de CM1 et de CM2 du groupe scolaire étudié, nous avons proposé les mêmes tâches à des élèves de même niveau scolaire d'autres établissements scolaires de la région. Nous disposons ainsi des travaux de trois CM1 (resp. CM2) d'autres établissements, de ceux des élèves du CM1 2002-2003 et du CM1 2003-2004 de l'établissement concerné (resp. CM2). A total, dix classes peuvent ainsi faire l'objet d'une comparaison. La question représentative de notre problématique devient ainsi, de façon très restreinte pour être exposée : l'analyse des productions des élèves de ces dix classes permet dans un premier temps de faire apparaître ce que nous nommerons des stratégies particulières de réponses ainsi que des erreurs « typiques ». Nous parvenons par conséquent à caractériser ces productions par des « comportements » singuliers, par des types de réponses exclusifs. Il devient dès lors possible de rechercher si ces « comportements » ou ces « types de réponses » observés sont spécifiques à certaines classes, c'est à dire à certains groupes d'élèves, et de donner ainsi un sens à ce que nous avons pu exposer plus haut : si les comparaisons des productions classe par classe font émerger des résultats différents de celle de la comparaison classe/ ensemble total des productions recueillies, quelle pertinence accorder à ces résultats et comment les interpréter ?

2.2 Présentation des caractéristiques retenues pour l'analyse du premier exercice.

Le premier exercice suppose un classement des nombres écrits sous la forme suivante : « $\frac{1}{2}$; 1,2 ; 2,5 ; 4 ; 5,15 ; 5,9 ; 7,5 ; 9,5 ; 12 » puis un placement de ces mêmes nombres sur une droite graduée (seuls 0 et 1 apparaissent).

Les caractéristiques retenues, outre le niveau scolaire des élèves, leur classe et l'année du recueil de données, sont établies *a posteriori*. Il s'agit donc de caractéristiques observées et non pas de caractéristiques possibles. Nous en citerons quelques unes, qui serviront notre analyse :

La stratégie de classement des écritures, qui se décline en « stratégie globale (avec ou sans erreurs) », « classement par genre d'écriture », « mixte ». (Les non réponses sont également codées). Ces différentes caractéristiques sont déterminées par l'apparition sur la production de l'élève d'un traitement différencié ou non de classement selon les modes d'écritures (ou la taille ?) des nombres proposés. Ainsi, un nombre conséquent d'élèves classe tout d'abord les nombres entiers, puis les nombres décimaux non entiers dont l'écriture ne comporte qu'un seul chiffre après la virgule, rejetant en fin de classement les écritures 5,15 et $\frac{1}{2}$. Nous opposons cette stratégie que nous avons dénommée « classement par genre d'écriture » à une stratégie « globale » où le classement final, même erroné mêle décimaux non entiers, entiers, fractions.

La stratégie de placement sur la droite numérique, qui comporte les caractéristiques suivantes : « ligne d'écriture », « repérage par points », « mixte ». (De même, les non réponses sont prises en compte). En effet, nous avons pu relever des productions d'élèves dans lesquelles les nombres à classer étaient écrits sur la droite, séparés par des tirets, sans repérage de points.

L'adéquation entre les deux ordres que produisent les deux tâches est différenciée selon que l'adéquation est réalisée entièrement (avec ou sans erreurs), partiellement (par omission le plus souvent des nombres délicats à placer) ou non réalisée.

2.3 Quelques éléments d'analyse du troisième exercice

Puisque notre projet est de présenter cette étude pour illustrer l'apport spécifique que peut constituer l'usage de l'analyse implicative de données, nous ne présenterons ici que les éléments d'analyse de cette tâche nécessaires à ce propos.



Sur la feuille distribuée aux élèves apparaissent un tableau partiellement informé dont les différentes colonnes s'intitulent : figure, nombre de côtés, nombre de côtés égaux, nombre d'angles droits, nombre d'axes de symétrie, nom, ainsi que plusieurs dessins de figures géométriques. Parmi ces dernières figurent un triangle isocèle, un triangle isocèle rectangle et un triangle équilatéral. La première des questions posées à l'élève est celle de reconnaître ces trois figures - « Y a t il des figures qui pourraient s'appeler A,B et C ? » - en lisant dans le tableau les informations relatives à ces trois objets (A est un triangle isocèle non rectangle, B est un triangle isocèle rectangle, C est un triangle équilatéral). Dans la première colonne informée du tableau, on lit successivement : pour la figure A, pour le nombre de côtés 3, pour le nombre de côtés égaux 2, pour le nombre d'angles droits 0, pour le nombre d'axes de symétrie 1, pour le nom, triangle isocèle. L'élève a par conséquent à isoler parmi les figures présentées celle qui pourrait se dénommer A. La réalisation de cette tâche suppose de prendre en compte certaines informations de la première colonne du tableau, éventuellement de n'en retenir que quelques unes.

Les réponses des élèves ont pu être classées par triplets de réponses⁵. Nous avons désigné les figures tracées par les lettres A, B, et C et identifié la réponse de l'élève par rapport à ces dénominations. Le triplet (A,B,C) désignera ainsi une réponse correcte. Le triplet (C, B, A) par exemple désignera une inversion des figures A et C – l'élève a identifié comme figure possible du triangle isocèle le triangle équilatéral et inversement, a identifié le triangle isocèle comme un triangle équilatéral -. Nous avons complété les six triplets de réponses possibles par deux autres items : celui des Non réponses (l'élève n'a indiqué aucune des figures) et celui des Réponses Autres (très peu fréquent, cet item rassemble des réponses qui désignent d'autres figures que les trois triangles, ou encore des réponses qui marquent l'inscription de l'élève dans un autre cadre de compréhension de la tâche, comme par exemple des réponses « oui » à la question posée.)

2.4 Types d'analyses statistiques

Nous avons, pour chacun des critères énoncés plus haut, et pour chacune des tâches évoquées effectué des traitements statistiques tout d'abord en comparant les classes 2 à 2, puis en regroupant l'ensemble de ces classes. Les traitements utilisés sont essentiellement des calculs de χ^2 , des analyses factorielles et enfin des analyses implicatives de données.

3 Interprétations

3.1 Premier cas : une sensibilité des résultats à la population retenue

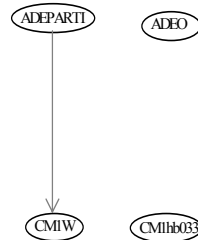
Le premier exemple que nous retiendrons est celui où un « comportement » d'élèves est marqué différemment selon que l'analyse est menée classe vs classe ou dans la population totale : certains résultats issus des traitements statistiques menés traduisent ainsi ce que nous désignons par une sensibilité du résultat à la population choisie.

Il s'agit de l'étude du premier exercice, où le critère retenu est celui de l'adéquation entre les deux ordres produits : celui issu de la comparaison des écritures des nombres et celui issu du placement des points sur la droite graduée.

Le premier cas est celui de la comparaison de deux classes, celle du CM1 de l'établissement étudié (données de 2003) désignée par CM1HB03 et celle d'un CM1 d'un établissement de la même circonscription, mais dont la population présente un profil sociologique nettement différent, que nous désignerons par CM1WA. Il est bien entendu que dans ce cas, où la population étudiée est la réunion de ces deux classes, CM1HB03 et CM1WA sont complémentaires. Les effectifs relevés sont notés n_a et n_b , ils valent respectivement 19 et 17. L'effectif total (n) est de 36.

Nous trouvons alors un lien implicatif à retenir :

⁵ Une étude préalable, qui distingue les réponses des élèves à chacune des trois figures assure ce choix.



99 95 90 85

Fig. 1 Graphe implicatif : lien entre adéquation partielle et classe, classe vs classe

« adéquation partielle entre les deux ordres » => « être élève de CM1WA » (au seuil 85%)

Le fait que CM1HB03 et CM1WA soient complémentaires nous permet de conclure également à ce que « être élève de CM1HB03 et non de la classe CM1WA » => « ne pas avoir manifesté d'adéquation partielle entre les deux ordres » (au seuil de 85%). La caractéristique « ne pas avoir manifesté d'adéquation partielle » sur la classe CM1HB03 peut se traduire par : « l'adéquation est réalisée totalement ou non ». (il n'y a pas de non réponse).

Si nous comparons ces deux classes, une interprétation possible de ce résultat peut être : Les positions des élèves de la classe CM1HB03 sont plus tranchées que celles de la classe CM1WA quant à l'adéquation entre les deux ordres produits. Les élèves de la classe CM1WA, en cas de conflit entre les deux traitements à produire, « oublient » volontairement ou non de classer les nombres perturbant. (il s'agit toujours de 1/2 et 5,15)

En itérant le processus de comparaison pour le niveau CM1, nous obtenons les résultats suivants :

« être élève de CM1HB03 et non de la classe CM1WB » => « ne pas avoir manifesté d'adéquation partielle entre les deux ordres » (au seuil de 90%), soit comme précédemment, « adopter une position tranchée »

« Manifester une adéquation entre les deux ordres » => « être élève de CM1HB03 et non de la classe CM1Mont⁶ » (au seuil de 85%).

Les caractéristiques des productions des élèves de la classe CM1HB03, construites par comparaison de classe à classe, permettent d'esquisser des effets contrastés d'enseignements : ainsi, face à des élèves qui éviteraient d'affronter directement les conflits (ce qui est une interprétation « dure ») les élèves de la classe CM1HB03 apparaîtraient comme hésitant moins à les exposer. Le regard évaluatif de l'enseignant, ou ce qu'en construisent les élèves semble ici déterminant. Enfin, ils apparaissent comme renfermant dans leur groupe un nombre « important » d'élèves soucieux de la cohérence des deux ordres, ce qui ne semble pas être le cas d'autres classes.

Le second cas est celui de la comparaison, sur les mêmes critères, de la classe CM1HB03 à l'ensemble des classes étudiées. Si l'effectif de CM1HB03 reste inchangé, cette fois l'effectif total est de 205. Le complémentaire de CM1HB03 n'a pas la même consistance, du point de vue didactique que précédemment.

⁶ Cette classe est une classe d'un CM1 d'un établissement scolaire en tout point comparable à celui qui fait l'objet de l'étude en ce qui concerne les profils sociologiques.



Nous obtenons, sur les mêmes caractéristiques le lien implicatif suivant :



99 95 90 85

Fig. 2 : Graphe implicatif : lien entre adéquation partielle et classe, population globale

Soit « être élève de la classe CM1HB03 » \Rightarrow « produire deux ordres en adéquation » au seuil toujours de 85%.

Ce résultat n'est pas en contradiction avec le précédent. Il renforce le résultat avancé d'une tendance plus générale à prendre en compte la cohérence des deux ordres produits.

3.2 Deuxième cas : un résultat permanent

Nous évoquerons à présent un autre cas de figure, où le recours à l'analyse implicative de données s'avère, selon nous, supérieur à celui à d'autres types de traitements.

Nous ne nous intéresserons alors qu'à certains résultats que produit l'analyse du troisième exercice. Une analyse factorielle a été menée, en prenant pour variables la classe d'origine et le triplet de réponses produit par l'élève lors de la première question, où il s'agissait d'identifier un triangle isocèle non rectangle (A), un triangle isocèle rectangle (B) et un triangle équilatéral (C).

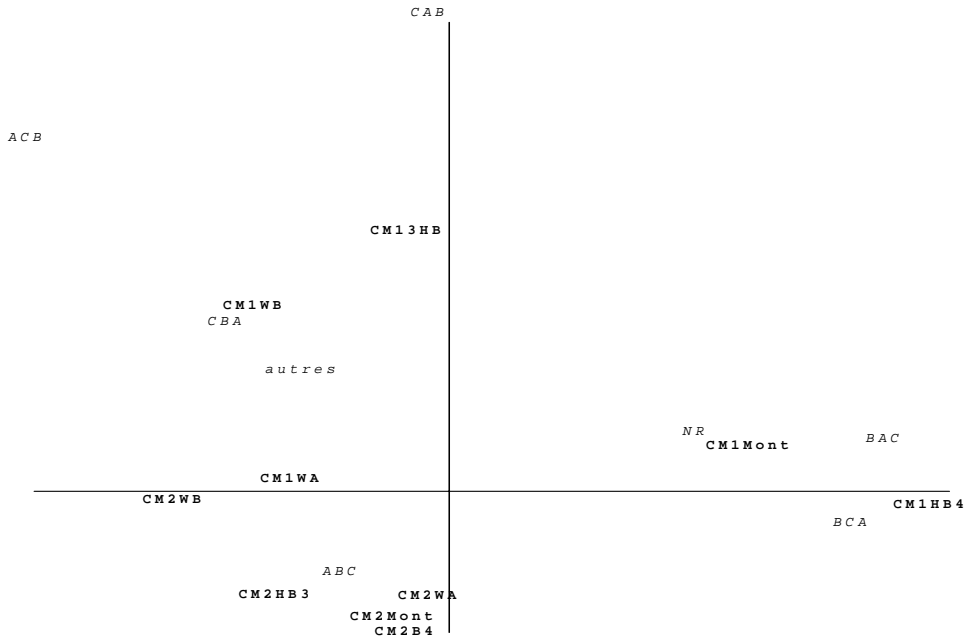


Fig. 3 : Analyse factorielle classe/réponses : identifications des triangles

Ce graphique indique une contribution de la classe de CM1HB03 au deuxième axe, par la présence de réponses du type « CAB ». Cette permutation circulaire des trois désignations est délicate à interpréter, bien plus que ne le sont certaines inversions (du type CBA par exemple). Pour l’instant, nous proposons d’y lire des réponses aléatoires, au sens où elles manifestent à la fois une absence de prise en compte des informations tabulaires et des informations de vocabulaire.

Cependant, les calculs que nous avons menés conduisent à des résultats peu déterminants : en effet, nous avons commencé par systématiquement croisé les deux variables « classe » et « réponses » sur l’ensemble de la population, puis sur les sous populations constituées de la classe de CM1HB03 confrontée aux quatre classes de CM1, puis à la classe de CM2HB qui rassemble ces mêmes élèves, un an plus tard : les χ^2 obtenus sont tous non significatifs. Puis nous avons recommencé cette même opération, en créant une autre variable « CAB », binaire, qui isolait par conséquent les réponses de ce type sur les différentes populations. Là encore, les tableaux croisés font apparaître des implications logiques : seuls les élèves de la classe de CM1HB03 ont recours à ce type de réponse par rapport à trois des autres classes de CM1 et par rapport à la classe de CM2 choisie. Mais il n’en demeure pas moins que les χ^2 ne sont toujours pas significatifs.

En revanche, si nous menons, toujours systématiquement, une analyse implicative prenant en compte les deux variables « classe » et « réponses », nous obtenons les résultats suivant

Classe « testée »	Classe complémentaire	Résultats de l’analyse implicative
CM1HB03	CM1HB année 2004	« réponse « CAB » \Rightarrow « appartenir à la classe CM1HB 2003 » (seuil 85%)
	CM1Mont	Aucune implication



	CM1WA	« réponse « CAB » => « appartenir à la classe CM1HB 2003 » (seuil 85%)
	CM1WB	« réponse « CAB » => « appartenir à la classe CM1HB 2003 » (seuil 85%)
	CM2HB04	« réponse « CAB » => « appartenir à la classe CM1HB 2003 » (seuil 85%)
Résultats globaux	Toutes	« réponse « CAB » => « appartenir à la classe CM1HB 2003 » (seuil 85%)

TAB 1 – Résultats des traitements.

Plusieurs conséquences découlent de ces résultats :

La singularité de cette réponse « aléatoire » dans cette classe de CM1 est attestée en regard avec la plupart des autres classes. Nous pouvons en induire deux évolutions significatives : tout d'abord que ces élèves changent, puisque un an plus tard exactement, en 2004, devenus élèves de CM2, ils ne produisent plus ce type d'erreurs. Ensuite que l'année suivante, dans le CM1 de cette école, il s'est passé quelque chose : les élèves commettent d'autres erreurs, mais abandonnent cette désignation au hasard.

Enfin, le résultat qui s'inscrit en creux, permet de rapprocher deux classes : celles de CM1HB03 et celle du CM1Mont. Or, il s'agit justement de deux classes également proches du point de vue « socio culturel ».

Conclusion

L'étude dont nous venons de rendre compte permet de révéler des cas où l'analyse implicative de données nous autorise des conclusions différentes de celles tirées des analyses « plus classiques ». Si les traitements menés produisent des résultats cohérents, il n'en demeure pas moins que les traitements issus de l'analyse implicative se constituent ainsi en ressource propre et en méthodes de recherche confirmant des résultats pressentis certes, mais parfois plus consistants et donnant lieu à des interprétations différentes.

Références

- Bru M., Altet M., Blanchard Laville C. (2004), A la recherche des processus caractéristiques des pratiques enseignantes dans leurs rapports aux apprentissages, *Revue Française de Pédagogie*, n°148.
- Duval R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine*, Peter Lang, Berne.
- Gras R. et alii. (1996), *L'implication statistique*, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp.38 –39.
- Mercier A., Buty C. (2004), Evaluer et comprendre les effets de l'enseignement sur les apprentissages des élèves : problématique et méthodes en didactique des mathématiques et des sciences, *Revue Française de Pédagogie* n° 148.

Summary

We intend to connect analysis of pupils' products (Cm1 and CM2, 9 and 10 years old) and teaching effects. Results have been collected through ten classes and have been exhibited by two different ways : first, we put together classes two by two systematically, second we explore the whole population. We will try to explain these results and their differences.