



Analyse de tests de géométrie plane dans le cadre de la formation des futurs professeurs des écoles

Françoise Jore

Laboratoire DIDIREM, Université Paris 7
 et Laboratoire CREAM, Université Catholique de l'Ouest, Angers
 Université Catholique de l'Ouest, Institut de Mathématiques Appliquées
 3, place André Leroy, BP 808
 49008 Angers Cedex 01, France
 jore@uco.fr

Résumé : Dans le cadre d'une recherche en cours sur la formation initiale des professeurs d'école (PE1) en géométrie, nous utilisons un cadre théorique d'analyse susceptible de rendre compte de leur rapport à la géométrie. Après avoir décrit ce cadre théorique, nous présentons une partie des résultats de l'analyse d'un questionnaire qui a été proposé à 878 étudiants. Nous mettons en évidence les procédures qu'ils utilisent pour tracer aux instruments une médiatrice dans diverses situations. L'analyse implicative nous permet de faire émerger une première approche du degré d'expertise des PE1 dans le tracé d'une médiatrice, par l'étude de leur adaptabilité dans les situations sous contraintes qui leur ont été proposées, adaptabilité liée au caractère disponible d'une géométrie (proto-)axiomatique .

1 Cadre théorique

De quelle nature sont les objets manipulés par les PE1¹ en géométrie ? Quels types de validation utilisent-ils ? Voici en résumé les questions qui nous préoccupent. Le tableau 1 dresse un récapitulatif des différents cas de figure possibles.

	géométries non axiomatiques		géométries axiomatiques	
type de géométrie	« géométrie » concrète (G0)	géométrie spatio- graphique (G1)	géométrie proto- axiomatique(G2)	géométrie axiomatique (G3)
objets	physiques		théoriques	
validations	perceptives		déductives	

TAB 1 – Les différents paradigmes géométriques.

On trouvera dans (Parzys, 2002), une description plus détaillée de ces différents types de géométrie. Les deux paradigmes qui nous intéressent particulièrement sont G1 et G2. Prenons simplement un exemple pour les expliciter.

¹ Il s'agit d'étudiants qui entrent en formation pour deux ans, en vue de devenir professeurs des écoles. Cette formation se déroule dans les IUFM (Instituts Universitaires de Formation des Maîtres) ou dans les CFP (Centres de Formation Pédagogique, équivalents des IUFM publics pour l'enseignement privé).

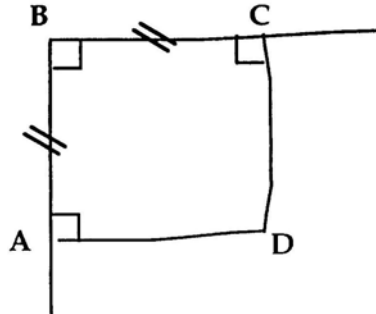


FIG. 1 - Le quadrilatère ABCD est-il un carré ?

L'étudiant qui ne considère pas ABCD comme un carré se situe dans G1 : il considère le dessin qu'il a sous les yeux comme un objet physique. C'est l'objet géométrique sur lequel il doit travailler. Pour conclure que ce n'est pas un carré, il utilise une validation de type perceptif (concrètement, il regarde le dessin), éventuellement instrumentée (il peut prendre l'équerre pour étudier l'angle en D ou le compas pour comparer les longueurs). L'étudiant qui considère ABCD comme un carré se situe dans G2 : il considère le dessin qu'il a sous les yeux comme le représentant d'un objet géométrique théorique. Pour conclure, il utilise une validation de type hypothético-déductive, basée sur les informations codées sur la figure et les théorèmes de la géométrie euclidienne.²

2 Présentation du test

2.1 Les caractéristiques de la population

Le test que nous analysons en partie ici a été passé tout au début de l'année universitaire, sur plusieurs années, par des PE1, en IUFM ou en CFP. Il se situe donc dans le cadre de la formation initiale. Ces étudiants ont au moins effectué trois années d'études après le baccalauréat, sauf quelques rares cas particuliers³. Leur formation antérieure est particulièrement hétérogène, le plus souvent non scientifique. L'effectif étudié est de 878 étudiants.

2.2 Présentation des items

Des items étaient proposés aux étudiants, dans des situations volontairement ambiguës, où aucun élément n'indiquait clairement s'il fallait travailler dans G1 ou dans G2. L'objectif était d'observer si la réponse spontanée des étudiants était plutôt de type G1 ou de type G2, et éventuellement de repérer des caractéristiques des objets proposés qui favorisaient plus spontanément un travail dans G1 ou dans G2. Il s'agissait également de repérer quelques connaissances et compétences des étudiants en géométrie à l'entrée en formation, notamment dans le domaine des procédures de construction, et d'analyser l'éventuel lien entre les procédures de construction utilisées par les étudiants et les paradigmes dans lesquels ils se situent.

Nous n'analyserons pas ici tout le questionnaire, mais seulement trois items concernant le tracé d'une médiatrice. Dans les trois cas, un segment [MN] était tracé dans une situation différente à l'intérieur du cadre rectangulaire dévolu à l'item, et la même question était posée : « Construisez la médiatrice du segment [MN]. Précisez quelles propriétés de la médiatrice vous utilisez. ». La question 3 (figure 1) présentait le segment [MN] complètement en bas de la feuille, de sorte que la procédure « deux intersections d'arcs de cercle de

² Concrètement ici, il peut par exemple utiliser un premier théorème pour conclure au rectangle (tout quadrilatère comportant trois angles droits est un rectangle), puis un second pour conclure au carré (tout rectangle qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un carré).

³ mère de 3 enfants par exemple



part et d'autre du segment » était particulièrement difficile à mettre en œuvre. La question 5 (figure 2) ne présentait aucune contrainte, la place étant suffisante autour du segment pour que toutes les procédures soient utilisables. La question 8 (figure 3) proposait une configuration avec deux triangles isocèles « incomplets » qui devaient permettre à un « expert » de relier simplement deux sommets de ces triangles pour obtenir la médiatrice souhaitée.

Du point de vue des procédures, l'objectif était d'une part de repérer quelle était la procédure spontanément utilisée, mais surtout d'étudier la résistance de cette procédure spontanée sous l'effet de contraintes. La question sous-jacente était : les étudiants utilisent-ils toujours la même procédure, où s'adaptent-ils à la situation proposée ? En particulier pour la question 8, sont-ils capables d'utiliser efficacement les particularités de la figure proposée pour simplifier leur tracé ?

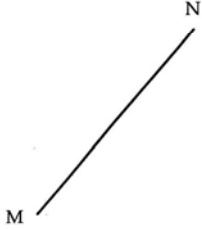
Du point de vue des commentaires, et c'était là le plus important, l'objectif était de repérer si ceux-ci étaient en adéquation avec la procédure utilisée (c'est même là la modalité qui a été utilisée dans les premières versions du codage des tests, avant de repérer dans la dernière version le contenu même de ce commentaire : milieu, angle droit, équidistance des points, ...). La question sous-jacente était cette fois : Le commentaire utilisé dépend-t-il de la procédure ou bien est-il indépendant du tracé effectué ? Autrement dit : Les étudiants sont-ils capables d'explicitier les propriétés qui justifient leur tracé ou est-ce qu'ils mettent d'un côté les techniques de tracé, et de l'autre, de manière quasi-indépendante, les propriétés de la médiatrice ?

I.U.F.M. Lorraine - Juin 1998	3	Construisez la médiatrice du segment [MN]. Précisez quelles propriétés de la médiatrice vous utilisez.										
	M ————— N	<table style="margin-left: auto; margin-right: 0;"> <tr> <td>règle</td> <td style="text-align: right;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>graduation de la règle</td> <td style="text-align: right;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>rappporteur</td> <td style="text-align: right;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>compas</td> <td style="text-align: right;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>angle droit de l'équerre</td> <td style="text-align: right;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>	règle	<input type="checkbox"/>	graduation de la règle	<input type="checkbox"/>	rappporteur	<input type="checkbox"/>	compas	<input type="checkbox"/>	angle droit de l'équerre	<input type="checkbox"/>
règle	<input type="checkbox"/>											
graduation de la règle	<input type="checkbox"/>											
rappporteur	<input type="checkbox"/>											
compas	<input type="checkbox"/>											
angle droit de l'équerre	<input type="checkbox"/>											
			<table border="1"> <tr> <td style="padding: 2px;">Je ne sais pas</td> <td style="width: 20px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Je n'ai pas eu le temps</td> <td></td> </tr> </table>	Je ne sais pas		Je n'ai pas eu le temps						
Je ne sais pas												
Je n'ai pas eu le temps												

FIG. 2 - Question 3 : médiatrice en bas de page



5 Construisez la médiatrice du segment [MN].
 Précisez quelles propriétés de la médiatrice vous utilisez.



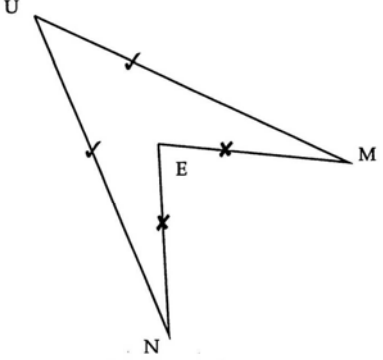
règle
 graduation de la règle
 rapporteur
 compas
 angle droit de l'équerre

Je ne sais pas	
Je n'ai pas eu le temps	

I.U.F.M. Lorient - Juin 1998

FIG. 3 - Question 5 : médiatrice sans contrainte

8 Construisez la médiatrice du segment [MN].
 Précisez quelles propriétés de la médiatrice vous utilisez.



règle
 graduation de la règle
 rapporteur
 compas
 angle droit de l'équerre

Je ne sais pas	
Je n'ai pas eu le temps	

FIG. 4 - Question 8 : médiatrice et triangles isocèles



2.3 Présentation du codage et résultats des tris à plat.

De nombreux éléments ont été saisis pour chaque production : instruments utilisés, procédure, commentaire effectué, adéquation ou non du commentaire et de la procédure. Nous ne détaillerons pas tous les codes utilisés mais seulement ceux des procédures et de l'adéquation aux commentaires que nous analyserons.

Q3, Q5, Q8 correspond bien sûr au numéro de la question étudiée, P correspond à la procédure utilisée. Cinq procédures sont conservées ici pour la question 3, parce que d'effectifs suffisants. Nous indiquons pour chaque modalité retenue le pourcentage d'étudiants correspondants à cette modalité.

Q3P-IM	tracé d'une Intersection d'arcs de cercle et du Milieu	12 %
Q3P-IA	tracé d'une Intersection d'arcs de cercle et d'un Angle droit	39 %
Q3P-2Ipa	tracé de deux Intersections d'arcs de cercle, de part et d'autre du segment (et ceci bien qu'il y ait fort peu de place)	9 %
Q3P-2Imc	tracé de deux Intersections d'arcs de cercle du même côté du segment	6 %
Q3P-MA	tracé du Milieu et d'un Angle droit	28 %

TAB 2 – Les procédures de tracé pour la question 3 : médiatrice en bas de page.

Quatre procédures sont conservées pour la question 5 :

Q5P-IA	tracé d'une Intersection d'arcs de cercle et d'un Angle droit	7 %
Q5P-2I	tracé de deux Intersections d'arcs de cercle, de part et d'autre du segment, de même rayon quelconque	56 %
Q5P-2IMN	tracé de deux Intersections d'arcs de cercle, de part et d'autre du segment, de rayon MN	21 %
Q5P-MA	tracé du Milieu et d'un Angle droit	11 %

TAB 3 – Les procédures de tracé pour la question 5 : médiatrice sans contrainte.

Sept procédures sont conservées pour la question 8 :

Q8P-EU	Tracé direct de la droite (EU)	49 %
Q8P-E/U+M	Utilisation du point E ou du point U et du Milieu du segment	4 %
Q8P-E/U+A	Utilisation du point E ou du point U et d'un Angle droit	9 %
Q8P-E/U+I	Utilisation du point E ou du point U et d'une Intersection d'arcs de cercles	5 %
Q8P-IA	tracé d'une Intersection d'arcs de cercle et d'un Angle droit	3 %
Q8P-2I	tracé de deux Intersections d'arcs de cercle, de part et d'autre du segment	22 %
Q8P-MA	tracé du Milieu et d'un Angle droit	4 %

TAB 4 – Les procédures de tracé pour la question 8 : médiatrice et triangles isocèles.



La procédure standard, très largement utilisée (77 %) quand il n'y a pas de contrainte particulière (Q5), consiste à tracer deux intersections d'arcs de cercle, de part et d'autre du segment [MN]. Tous les arcs de cercle tracés ont, dans la configuration Q5, le même rayon. Ce rayon peut être égal (Q5P-2IMN : 21 %) ou non (Q5P-2I : 56 %) à la longueur MN. On retrouve cette procédure standard dans la question Q8 : 22% d'étudiants l'utilisent encore, soit la grande majorité (67%) de ceux qui n'ont pas utilisé les points E et/ou U. Cette procédure n'est pas massivement remplacée par la procédure « milieu et angle droit » quand la position du segment est en bas de la feuille (Q3) (28 % seulement de la population totale utilise cette procédure en Q3), mais plutôt le plus souvent « adaptée », en gardant une intersection de deux arcs de cercle et, selon les cas, en utilisant un angle droit (39 %) ou le milieu du segment (12 %).

Du point de vue de l'adéquation du commentaire et de la procédure, « sans » signifie qu'il n'y a pas de commentaire (exemple : Q3C-sans), « adéq » signifie que le commentaire est en adéquation avec la procédure utilisée (par exemple « la médiatrice est la droite perpendiculaire qui passe par le milieu du segment » pour ceux qui utilisent la procédure « milieu et angle droit »), tandis que « nonadéq » signifie que le commentaire n'est pas en adéquation avec la procédure utilisée (par exemple « la médiatrice est la droite perpendiculaire qui passe par le milieu du segment » pour ceux qui utilisent la procédure standard avec deux intersections d'arcs de cercle). On obtient les résultats suivants pour chacune des questions :

	Q3	Q5	Q8
Sans	21 %	21 %	23 %
adéquation	41 %	37 %	51 %
non adéquation	38 %	43 %	26 %

TAB 5 – Adéquation du commentaire et de la procédure utilisée pour chacune des trois questions.

Le taux de sans réponse est relativement stable. Les commentaires non adéquats augmentent dans la question 5 par rapport à la question 3, parce que le commentaire le plus standard est « la médiatrice est la droite perpendiculaire au segment passant par son milieu ». Or ce commentaire n'est pas adapté au tracé au compas avec des intersections d'arcs de cercles, tracé standard quand il n'y a pas de contraintes. Par contre, la question 8 oblige les étudiants à réfléchir à ce qu'ils ont effectivement fait : ainsi, le taux de commentaires adéquats est nettement supérieur à ceux des deux autres situations.

3 Résultats de l'analyse implicative

Les tris croisés permettent certes d'affiner l'analyse, avec quelques limites cependant : il n'est pas aisé de traiter plus de deux questions à la fois et on obtient de volumineux tableaux qui ne sont pas toujours d'une grande lisibilité. Une autre méthode pour exploiter ces questionnaires est alors bien sûr d'utiliser l'analyse implicative. Nous avons pour cela utilisé la version 3.4 du logiciel CHIC. Nous avons choisi de travailler avec l'analyse entropique, qui donne des résultats plus fiables lorsque le nombre d'individus est important : c'est ici le cas puisque, rappelons-le, nous travaillons sur 878 productions d'étudiants. Nous avons pour la même raison utilisé les indices avec la loi de Poisson.

3.1 Les procédures de tracé de médiatrices

Appliquée aux seules procédures utilisées par les étudiants pour construire la médiatrice dans chacune des questions 3, 5 et 8, la méthode donne le graphe implicatif de la figure 5. La lecture de ce graphe est très simple : si on utilise la procédure « milieu et angle droit » à la question 8, alors on l'utilise aussi à la question 5. Evidemment, une telle implication n'est pas absolue, il s'agit de « quasi-implication », d'autant plus fiable



que le niveau correspondant à la relation est élevé (celui-ci peut être repéré par la couleur de la flèche). Ce graphe met en évidence plusieurs groupes de procédures. L'ordre de ces groupes de gauche à droite sur le graphe est parfaitement aléatoire et n'a pas de signification particulière.

L'analyse de cette représentation doit permettre de répondre plus précisément à la question suivante : « Quelle procédure utilise à la question n un étudiant qui utilise telle procédure à la question m ? », en prenant simultanément en compte les procédures des trois situations.

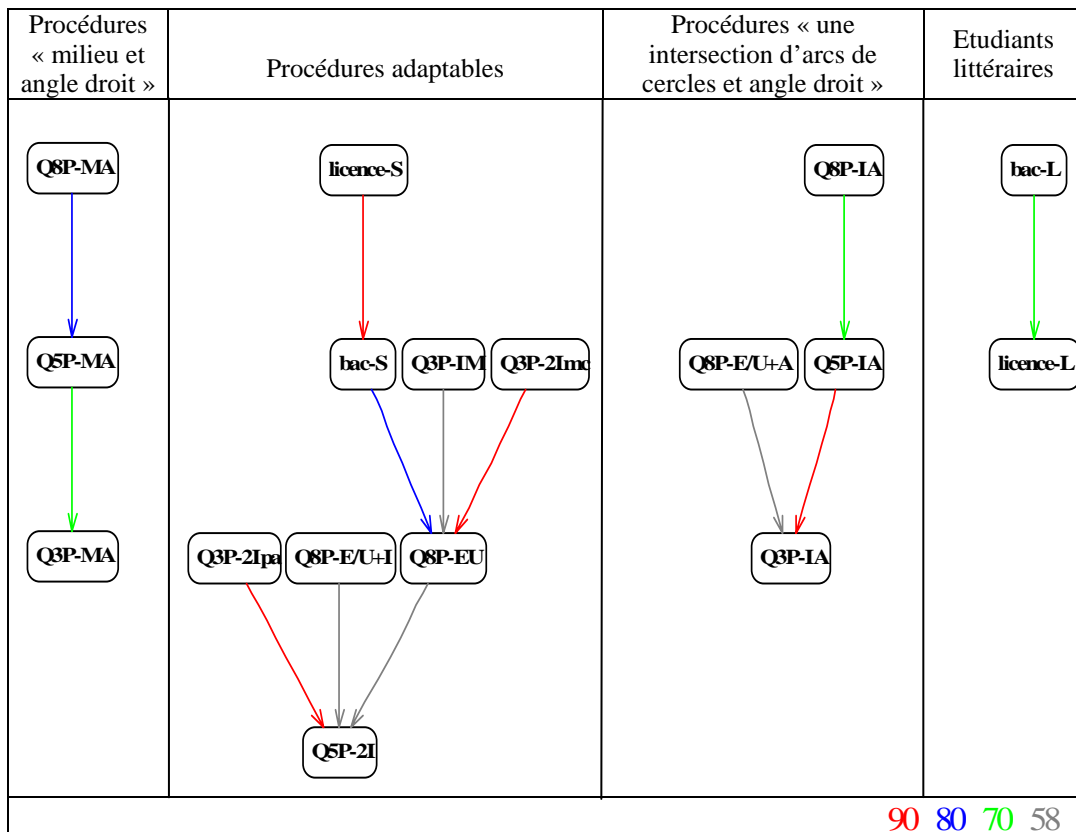


FIG. 5 - Analyse implicative sur les procédures avec Chic 3.4

A gauche, un premier groupe regroupe les procédures « milieu et angle droit » des trois questions avec le lien $Q8P\ MA \rightarrow Q5P\ MA \rightarrow Q3P\ MA$. Compte tenu des configurations des situations 3, 5 et 8, ces relations sont assez naturelles. En effet, le fait d'utiliser la procédure « milieu et angle droit » à la question 8, alors qu'on peut directement relier les points E et U, voire à la question 5, où la procédure « deux intersections d'arcs de cercle » est massivement utilisée, signifie que cette procédure est fortement installée chez l'étudiant, elle est même éventuellement la seule disponible⁴. Il est donc naturel qu'elle soit également utilisée à la question 3.

⁴ [Robert. 1998] définit ainsi connaissances mobilisables et connaissances disponibles :



Le second groupe regroupe d'une part les procédures « une intersection d'arcs de cercle et milieu » de la question 3 (Q3P-IM), les diverses variantes de la procédure « deux intersections d'arcs de cercle » de la question 3 (Q3P-2Ipa : de part et d'autre du segment, Q3P-2Imc : du même côté du segment), la procédure « tracé direct de la droite (EU) » de la question 8 (Q8P-EU), la procédure « utilisation du point E ou du point U et une intersection d'arcs de cercles » (Q8P-E/U+I) et la procédure « deux intersections d'arcs de cercle de rayon différent de MN » de la question 5 (Q5P-2I), ainsi que les étudiants scientifiques. La plupart de ces procédures sont liées à l'utilisation du compas et révèlent une certaine adaptabilité de l'étudiant. En effet, pour pouvoir adapter la procédure standard « deux intersections d'arcs de cercle de part et d'autre du segment » de la question 5 à la question 3 par exemple, il faut pouvoir jouer sur le rayon de ces cercles. Ceci est le cas pour la question 3 quand les arcs de cercles sont du même côté du segment mais également dans la plupart des cas lorsqu'ils sont de part et d'autre : il y a en effet dans ce cas généralement des arcs de cercle de rayon « normal » au dessus du segment, et de rayon plus petit au-dessous, juste ce qui est nécessaire pour que les cercles soient sécants. Une autre adaptation de la procédure standard consiste à n'effectuer qu'une intersection d'arcs de cercles et à compléter avec le tracé du milieu du segment. Quant à la question 8, la procédure qui apparaît dans ce groupe est la plus « opportuniste », celle que l'on peut considérer comme plus « experte », puisqu'elle utilise au mieux les informations spécifiques de cette situation : la donnée des deux points E et U, en les reliant directement. Le fait d'avoir un bac ou une licence scientifiques est lié à ces procédures, ce qui confirme que ceux-ci sont généralement plus « experts » que les autres étudiants.

Le troisième groupe est constitué des procédures « une intersection d'arcs de cercle et angle droit » des questions 8, 5 et 3 (Q8P-IA, Q5P-IA, Q3P-IA) et de la procédure « utilisation du point E et/ou U et angle droit » de la question 8 (Q8P-E/U+A). Le lien $Q8P-IA \rightarrow Q5P-IA \rightarrow Q3P-IA$ en particulier met à nouveau en évidence une persistance des procédures utilisées chez certains étudiants, ici avec l'utilisation d'une intersection d'arcs de cercles et un angle droit.

On peut considérer que ces procédures sont moins adaptables que celles du groupe précédent. En effet, une modalité n'apparaît pas sur ce graphe parce qu'elle est liée à Q3P-IA avec un lien d'indice 0,54 seulement : c'est la procédure « deux intersections d'arcs de cercle de rayon MN » de la question 5 (Q5P-2IMN) (qui n'est liée à aucune autre modalité par ailleurs). Quand l'étudiant fixe le rayon des cercles à la distance MN (Q5P-2IMN), il ne peut plus adapter sa procédure et il est obligé de la modifier de façon radicale pour accomplir la tâche proposée. Cette conclusion, peu fiable compte-tenu des indices avec la seule analyse implicative, peut néanmoins être confirmée par des résultats issus de l'analyse des tableaux de tris croisés : par exemple, parmi ceux qui utilisent à la question 3 la procédure « une intersection et un angle droit », 44% utilisent le tracé direct de la droite (EU) à la question 8, tandis que 57% de ceux qui utilisent la procédure « une intersection et milieu du segment » utilisent cette procédure directe (49% de la population totale utilise cette procédure directe). Le groupe 3 correspond ainsi à des procédures qui sont des techniques, probablement non contrôlées par des technologies de G2, tandis que le groupe 2 fait émerger des procédures globalement plus « réfléchies ».

Le quatrième et dernier groupe lie les étudiants qui ont un baccalauréat littéraire à ceux qui ont une licence littéraire. Ce lien n'a n'intérêt que par l'absence de lien avec les autres modalités : les étudiants scientifiques

« Nous distinguons pour les élèves :

- le fait d'utiliser des connaissances indiquées ;
- le fait de penser à utiliser des connaissances alors que rien n'est indiqué à leur propos.

Dans le premier cas, nous dirons que les élèves savent mobiliser leurs connaissances (par exemple employer un théorème ou une technique clairement signalés). Nous parlerons de connaissances mobilisables.

Dans le second cas, nous parlerons de connaissances disponibles. Cela ne peut être le cas que si les documents fournis aux élèves ne sont pas extraits d'un chapitre du manuel. »



ont généralement un comportement « expert » mais les étudiants littéraires n’ont pas forcément un comportement « non-expert » (auquel cas ces modalités pourraient être liées à une modalité de procédure non experte). Certains sont tout à fait à l’aise en géométrie et ont des réponses identiques aux étudiants scientifiques tandis que d’autres ont effectivement de nombreuses difficultés. C’est une partie de la population très hétérogène du point de vue des connaissances et compétences en géométrie.

3.2 Du côté des commentaires.

Nous pouvons également analyser l’adéquation des commentaires aux procédures, en même temps que quelques commentaires parmi les plus standards. La lettre T signifie qu’il s’agit du type de commentaire, MA signifie : « la médiatrice est la droite perpendiculaire au segment, le coupant en son milieu » et E : « la médiatrice est l’ensemble des points équidistants des extrémités du segment ». Q8TB correspond aux étudiants qui font référence au triangle isocèle pour la question 8.

La version Chic 3.4 nous donne le graphe implicatif ci-dessous, figure 6 (toujours avec l’entropie et la loi de Poisson). Il s’agit d’étudier dans quelle mesure les étudiants sont capables de justifier leurs procédures de tracé (dans G1, géométrie spatio-graphique) par une technologie (les propriétés de la médiatrice, dans G2, géométrie proto-axiomatique).

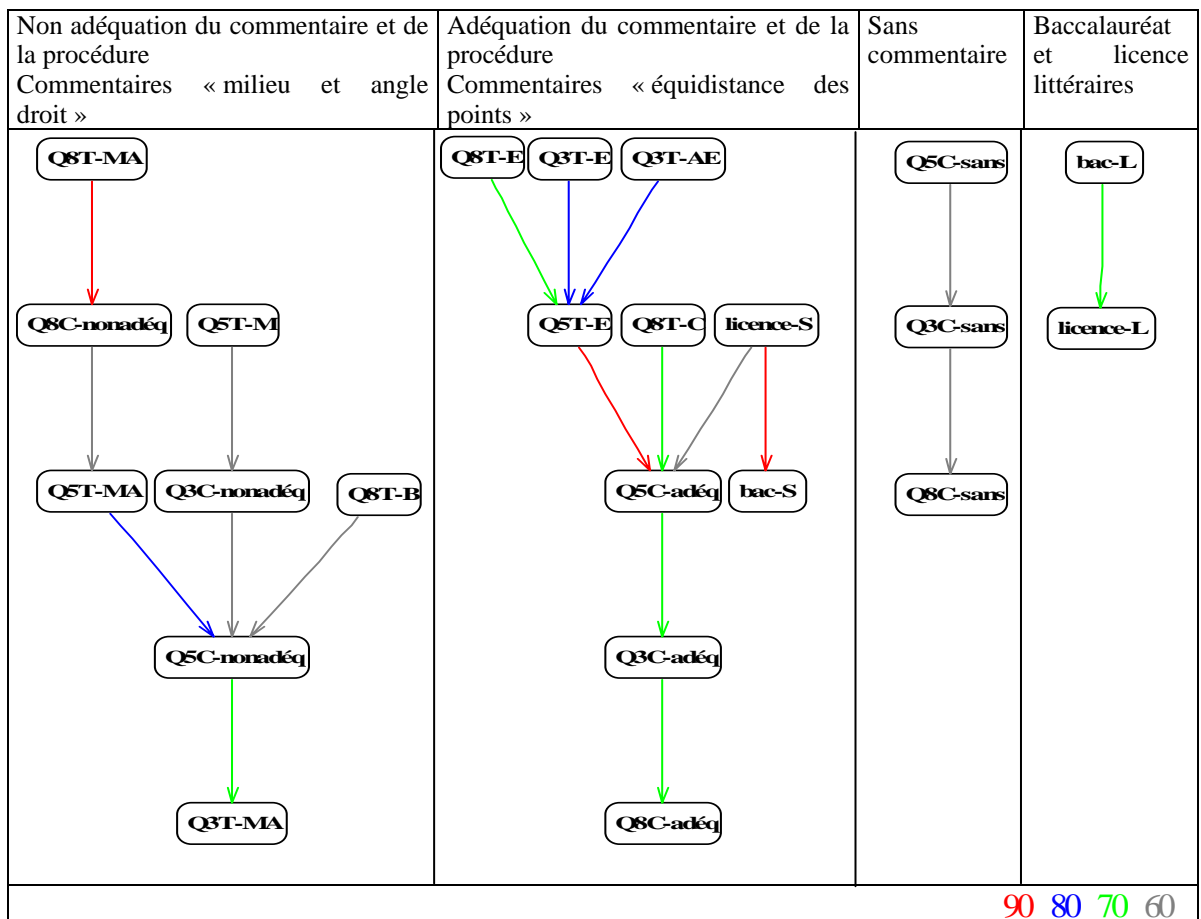


FIG. 6 - Analyse implicative sur les commentaires



Nous voyons très nettement quatre groupes.

Le premier correspond à la non-adéquation, pour les trois questions, entre la procédure utilisée et le commentaire effectué. Ce commentaire, de type « milieu et perpendiculaire », est la définition classique de la médiatrice, souvent la seule disponible pour les étudiants. Ces étudiants disposent ainsi d'une part d'une technique de tracé qu'ils utilisent dans le cadre G1 ; c'est la procédure standard, pour ainsi dire « ritualisée » et vidée de son sens : deux intersections d'arcs de cercle de part et d'autre du segment. Ils disposent d'autre part d'une définition, elle aussi « automatisée » : « la médiatrice est la droite perpendiculaire au segment et passant par son milieu ». Ce graphe implicatif montre que ces étudiants ne font pas le lien entre la technique de tracé qu'ils utilisent dans G1 et la technologie justificative dans le cadre G2 (la médiatrice de $[MN]$ est l'ensemble des points équidistants des extrémités du segment $[MN]$), soit parce que celle-ci n'est pas du tout disponible pour eux, soit parce qu'elle n'est pas la première qui leur vient à l'esprit.

Une autre modalité est liée à ce groupe, il s'agit de Q8TB : les étudiants qui font référence au triangle isocèle. Cette modalité n'est liée ni à Q8C-adeq ni à Q8C-nonadeq parce que les commentaires concernant les triangles isocèles sont très hétérogènes. Voici deux exemples de productions. Dans la première production par exemple, ce qui est écrit est exact, mais ne justifie pas directement la procédure manifestement utilisée, à savoir « tracer directement la droite (EU) », tandis que la seconde explique parfaitement le tracé effectué.

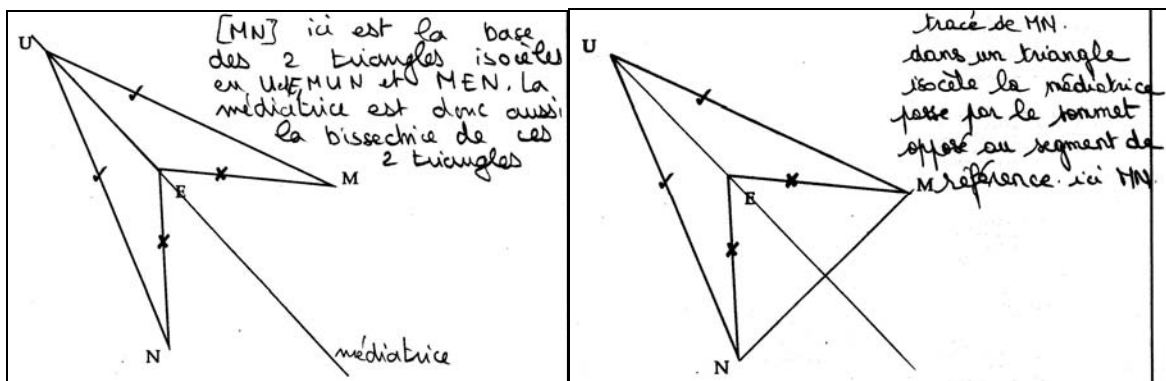


FIG. 7 – Références hétérogènes au triangle isocèle

Cette modalité Q8TB est néanmoins liée à celle des commentaires non adéquats pour la question 5. Dans le cas de ceux qui font un commentaire faisant référence au triangle isocèle mais inadéquat, on retrouve la non-expertise de ces étudiants. Dans le cas de ceux qui font un commentaire faisant référence au triangle isocèle en adéquation avec leur procédure, ce lien dans l'analyse implicative permet de faire l'hypothèse que la situation de la question 8, non prototypique, oblige les étudiants à réfléchir tandis que la situation de la question 5 les amène à répondre un peu trop rapidement.

Le second groupe correspond au contraire à l'adéquation des commentaires et de la procédure utilisée pour les trois tracés de médiatrices et à des commentaires de type « équidistance des points », groupe auquel se joignent les modalités baccalauréat et licence scientifiques. On a là les étudiants plutôt « experts », qui sont capables de justifier les procédures de tracé de G1 par une technologie dans G2.

Le troisième groupe lie les « sans commentaire », qui représentent, nous l'avons vu, environ un cinquième de la population. Ce lien montre que ce sont majoritairement les mêmes étudiants qui ne donnent pas de précision sur leur construction, contrairement à ce qui leur était demandé. On peut là aussi considérer qu'il



s'agit d'étudiants qui ne sont pas capables de relier leur technique de construction dans G1 à une définition ou une propriété dans G2. Mais la situation est un peu différente de celle du premier groupe d'étudiants qui proposaient une propriété non-adéquate par rapport à leur procédure. Deux cas de figure peuvent se présenter pour les étudiants qui n'effectuent aucun commentaire :

- aucune propriété n'est disponible. Ces étudiants disposent de compétences dans le domaine graphique mais aucune dans le domaine discursif. Cette situation a été retrouvée dans d'autres items du test, avec par exemple des étudiants capables de tracer correctement un losange aux instruments, mais absolument incapables d'en formuler une définition.
- ils ne sont pas sûrs d'eux et préfèrent ne rien écrire. Cette possibilité ne peut être totalement écartée, mais compte-tenu des productions des étudiants dans d'autres items d'une part, et compte-tenu du cadre de l'expérimentation d'autre part (les étudiants savent qu'il s'agit d'une recherche, qu'ils ne seront ni jugés ni évalués), elle est probablement rare.

Le quatrième et dernier groupe lie à nouveau les étudiants qui ont un baccalauréat littéraire à ceux qui ont une licence littéraire et confirme l'analyse précédente : les étudiants littéraires n'ont pas forcément un comportement « non-expert » (auquel cas ces modalités pourraient ici être liées à une modalité de commentaire non-adéquat ou absent).

4 En conclusion ...

Les étudiants disposent de techniques de tracé de G1, souvent non soutenues par une technologie de G2. Certaines procédures peuvent néanmoins être considérées comme plus expertes que d'autres, parce qu'elles sont plus adaptables, et qu'elles sont plus souvent reliées par l'étudiant lui-même à la théorie qui les justifie. On peut hiérarchiser ainsi les procédures utilisant au moins une intersection d'arcs de cercle, dans l'ordre décroissant d'expertise :

- dans le cas de la question Q5, c'est-à-dire sans contrainte :
 - deux intersections d'arcs de cercle de rayon différent de MN
 - deux intersections d'arcs de cercle de rayon MN
- dans le cas de la question 3, avec le segment en bas de la feuille :
 - deux intersections d'arcs de cercle avec des rayons différents
 - une intersection d'arcs de cercle et le milieu du segment
 - une intersection d'arcs de cercle et un angle droit

Cette analyse nous a donc permis une première approche du degré d'expertise des professeurs d'école en formation initiale dans le tracé d'une médiatrice, par l'étude de leur adaptabilité dans les situations sous contraintes qui leur ont été proposées. Ces premiers résultats donnent à penser que cette adaptabilité est liée à une disponibilité, chez les étudiants, de technologies de G2, dans le but de déterminer la technique de G1 la plus appropriée pour effectuer le tracé qui leur est demandé.

Références

- Cleveland W.S. (1993), Visualizing data, Hobart Press, 1993.
 Fayyad U., Piatetsky-Shapiro G. et Smyth P. (1996), The KDD process for extracting useful knowledge from volumes of data, Communications of the ACM, 39(11), pp 27-34.
 Pickett R.M. et Grinstein G.G. (1988), Iconographics displays for visualizing multidimensional data, Proceedings of the IEEE Conference on System, Man, and Cybernetics 1988, pp 514-519.
 Symanzik J., Ascoli G.A., Washington S.S. et Krichmar J.L. (1999), Visual data mining of brain cells, Computing Science and Statistics, Vol. 31, pp 445-449, 1999.



- Chevallard Yves (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, "Recherches en Didactique des Mathématiques" vol. 19 n°2, pp. 221-266
- Gras Régis (1996), L'implication statistique : nouvelle méthode exploratoire de données. Applications à la didactique, La pensée sauvage éditions.
- Gras Régis & Bailleul Marc (2000), Actes des journées la fouille dans les données par la méthode d'analyse statistique implicative : applications et traitements par C.H.I.C., Nantes: Ecole polytechnique de l'Université de Nantes, 2000
- Jore Françoise (2003) : Rapport à la géométrie plane des futurs professeurs des écoles, entre objet physique et objet théorique, validation perceptive et déduction, Actes de la 12^{ème} école d'été de didactique des mathématiques. Corps.
- Parzys Bernard, (2002) : Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1, Actes du 28^{ème} colloque COPIRELEM (Tours), pp.99-110. Ed. Presses universitaires d'Orléans.
- Parzys Bernard & Jore Françoise (2001) : Qu'ont-ils retenu de la géométrie au collège ? Le rapport à la géométrie des futurs professeurs des écoles, Actes du colloque Inter-Irem de Montpellier.
- Robert Aline & Moisan Jacques (1998) : L'épreuve sur dossier à l'oral du CAPES de mathématiques. Tome 1 : Géométrie. Ed. Ellipses. Paris

Summary

Within the framework of a current research about the initial training of pre-service elementary schoolteachers (PE1) in geometry, we deal with a theoretical framework of analysis enabling us to understand their beliefs about geometry. After describing this theoretical framework, we introduce a part of the results of the analysis of a questionnaire which was proposed to 878 students. We highlight the procedures that they use to draw with the instruments a perpendicular bisector in various situations. The implicative analysis enables us to lay the stress on a first approach of the degree of expertise of the PE1 in the drawing of a perpendicular bisector, by the study of their adaptability in the situations under constraints which were proposed to them, adaptability related to the available character of a geometry (proto-)axiomatic.