

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PALERMO**  
**FACOLTÀ DI SCIENZE DELLA FORMAZIONE**

---

CORSO DI LAUREA IN SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

***INTERPRETAZIONE VYGOTSKIANA***  
***IN UNA SITUAZIONE A-DIDATTICA***  
***NELL'INSEGNAMENTO / APPRENDIMENTO***  
***NELLA SCUOLA PRIMARIA***

**Relatore: F. Spagnolo**

Studente:

Macaluso Giuseppa

Matricola n. 0406729

**PALERMO, ANNO ACCADEMICO 2005- 2006**

## INDICE GENERALE

INTRODUZIONE.....	pag. 4
<b>CAPITOLO 1: La prospettiva storico-sociale di Vygotskij sull'apprendimento</b>	
1.1. La prospettiva vygotkiana.....	pag. 8
1.2. L'interiorizzazione.....	pag. 10
1.3. Lo sviluppo dei concetti spontanei e scientifici.....	pag. 13
1.4. La zona di sviluppo prossimale.....	pag. 17
<b>CAPITOLO 2:Teoria delle Situazioni Didattiche di Guy Brousseau.</b>	
2.1. La Teoria delle Situazioni.....	pag. 22
2.2. Il triangolo: Insegnante-Allievo-Sapere.....	pag. 23
2.2.1. La relazione Insegnante-Sapere.....	pag. 27
2.2.2. La relazione Allievo-Sapere.....	pag. 28
2.2.3. La relazione Insegnante-Allievo.....	pag. 32
2.3. Distinzione tra situazione didattica e situazione a-didattica.....	pag. 34
2.3.1. Schema di una situazione a-didattica.....	pag. 38
<b>CAPITOLO 3: Storia del lavoro sperimentale.....</b>	pag. 43
3.1. Presentazione della situazione.....	pag. 45
3.2. Descrizione delle consegne per gli allievi.....	pag. 49
3.3. Ruolo dell'insegnante.....	pag. 50
3.4. Descrizione delle fasi del gioco.....	pag. 52
3.5. Analisi a-priori della situazione a-didattica.....	pag. 55
3.6. Osservazioni conclusive.....	pag. 58

**CAPITOLO 4: Interpretazione vygotkiana in una situazione a-  
didattica.....pag. 60**

4.1. Osservazioni conclusive.....pag. 71

**CAPITOLO 5: Conclusioni**

5.1. Riflessioni conclusive.....pag. 73

**BIBLIOGRAFIA.....pag. 76**

**SITOGRAFIA.....pag. 78**

## *Introduzione*

Nel processo di insegnamento/apprendimento della matematica, la fase di apprendimento diventa quella centrale, quella significativa, quella nella quale si gioca la professionalità docente. Il problema non è che cosa, e come insegnare, il problema vero è un altro: come creare le condizioni perché ciascun allievo, secondo le proprie caratteristiche, sia messo in grado di costruire *competenza*. Compito primario dell'insegnante è dunque vedere l'allievo come colui che deve raggiungere *competenza* e non "semplice" conoscenza.

La *competenza matematica* si può vedere, come quel tipo di competenza che ha sì origine nella disciplina, ma si rivela utilizzabile in ogni situazione anche esterna alla matematica. È dunque fuori di essa che si gioca la disponibilità dell'individuo ad avere il coraggio di rischiare di far uso della competenza in una disciplina, mettendo in gioco la propria conoscenza in una situazione che, per essere risolta, potrebbe anche aver bisogno di costruire altre e nuove conoscenze. Pertanto, se vogliamo avere cittadini competenti domani, dobbiamo creare studenti competenti oggi.

In questo senso un valido contributo ci è stato offerto dal corso di Didattica della Matematica tenuto dal prof. Spagnolo il cui scopo non è stato soltanto quello di "insegnare ad insegnare", ma di fornirci un modello di processo di insegnamento/apprendimento in linea con le acquisizioni della ricerca in Didattica della Matematica, che ci ha aiutato a comprendere le dinamiche che si instaurano nell'interazione tra i tre elementi che caratterizzano le situazioni d'aula: l'insegnante, l'allievo ed il Sapere matematico, secondo la Teoria delle Situazioni di Guy Brousseau.

Il sapere, secondo Brousseau, entra in gioco all'interno della situazione didattica dopo che si è realizzato un processo di trasposizione del sapere come oggetto da insegnare. L'insegnamento della matematica è dunque il risultato di un'operazione sottile e significativa che chiamiamo "trasposizione didattica" quella con la quale l'insegnante trasforma un "sapere matematico" in un "sapere da insegnare": elementi caratteristici e determinanti di questa trasformazione sono gli allievi che si hanno di fronte, le situazioni, i fatti contingenti, le competenze sulle quali ci si può basare. Una parte determinante del lavoro dell'insegnante consiste quindi, *"nell'estrarre un elemento di sapere dal suo contesto (universitario, sociale, ecc.) per ricontestualizzarlo nel contesto sempre singolare, sempre unico della propria classe"*<sup>1</sup>, al fine di far costruire all'allievo il proprio sapere.

In una situazione di insegnamento/apprendimento dunque l'obiettivo primario che l'insegnante si deve porre perché l'allievo costruisca conoscenza è la sua implicazione diretta nel processo di apprendimento: *"si può dire che l'allievo costruisce la conoscenza solo se si interessa personalmente del problema della risoluzione di quanto gli è stato proposto attraverso la situazione didattica: in tal caso si usa dire che si è raggiunta la devoluzione da parte dell'allievo"*<sup>2</sup>.

Durante il corso di Didattica della Matematica dell'anno accademico 2003/2004 che ha trattato come argomento l'aritmetica ci è stata offerta l'opportunità di vivere un'esperienza di apprendimento che ci ha consentito di mettere in relazione formulazione teorica e applicazione pratica della Teoria delle Situazioni. Questa teoria ci insegna, tra l'altro, che le situazioni di apprendimento efficaci sono le situazioni a-didattiche in cui è

---

<sup>1</sup> Bruno D'Amore, *Elementi di didattica della matematica*, Bologna, Pitagora, 1999, pag. 235.

<sup>2</sup> D'Amore, *Elementi di didattica della matematica*, pag. 236.

necessaria l'implicazione personale dell'allievo nella costruzione della propria conoscenza, e dunque, a maggior ragione, della propria competenza.

Alla luce di quanto detto sopra abbiamo cercato di sperimentare una situazione-problema in cui gli allievi divisi in squadre si sarebbero ritrovati per trovare la soluzione, a tentare varie strategie, a congetturare sulle conseguenze e vagliarne le alternative, a formalizzare le conclusioni per poterne discutere appropriatamente con la squadra avversaria, difendendo le proprie convinzioni ed utilizzando contro esempi per attaccare quelle altrui.

Ma perché l'alunno accetti di implicarsi nel processo di apprendimento le situazioni a-didattiche di Brousseau vanno fondate su problemi significativi perché insistono sulla *zona di sviluppo prossimale*, quest'ultima è costituita, secondo Vygotskij da quelle funzioni che non sono ancora mature nel soggetto, che si trovano allo stato embrionale, ma che sono già presenti nel processo di maturazione. Motivo per cui il prof. Spagnolo mi ha proposto, ed io ho accolto con molto entusiasmo, di interpretare la succitata sperimentazione secondo l'appoggio vygotskiano.

A tal fine ho reputato opportuno sviluppare gli argomenti che seguono suddividendoli in quattro capitoli.

Nel **primo capitolo** oltre ad aver esposto i principali concetti della teoria di Vygotskij attinenti all'insegnamento/apprendimento quali: l'interiorizzazione, lo sviluppo dei concetti spontanei e scientifici e la zona di sviluppo prossimale, ho anche cercato di illustrare l'idea centrale di Vygotskij, che riguarda il modo in cui l'apprendimento e lo sviluppo vengono integrati attraverso l'istruzione scolastica. Vygotskij, spiegò come afferma la Dixon-Krauss , “(...) *questo sviluppo nei termini di come si forma una zona di sviluppo prossimale nel momento in cui, nel corso dell'istruzione*

*scolastica, i concetti spontanei e i concetti che il bambino usa tutti i giorni vengono ristrutturati in concetti scientifici e astratti”<sup>3</sup>.*

Nel **secondo capitolo** esporrò la Teoria delle Situazioni di Guy Brousseau, focalizzando la mia attenzione su uno dei concetti più noti nell’ambito della Ricerca in Didattica della matematica, ossia il *sistema didattico*, costituito dalla terna insegnante, alunno e sapere, comprese le interazioni tra insegnante ed alunno relative ad un dato sapere, in una **situazione** di insegnamento.

Nel **terzo capitolo** cercherò di ripercorrere in maniera sintetica le fasi che ci hanno permesso di progettare e sperimentare la situazione a-didattica, esplicitando le considerazioni generali e metodologiche che ci hanno portato alla formulazione di una proposta didattica costituita da un percorso “fantastico”.

Nel **quarto capitolo** analizzerò il protocollo della sperimentazione al fine di individuare quale, secondo me, è il momento in cui l’adulto interviene nella *zona di sviluppo prossimale* dell’allievo, e qual è l’intervento operativo effettuato dall’insegnante.

---

<sup>3</sup> Lisbeth Dixon-Krauss, *Vygotskij nella classe. Potenziale di sviluppo e mediazione didattica*, Gardolo-Trento, Erickson, 2000, pag. 87.

# *La prospettiva storico-sociale di Vygotskij sull'apprendimento*

### *1.1. La prospettiva vygotskiana*

L'idea su cui si basa il lavoro di Vygotskij, è che l'insegnamento e l'apprendimento si realizzano in un contesto sociale sotto forma di processi dinamici che non sono né rigidi né predeterminati. Secondo le parole dello stesso Vygotskij:

*“l'apprendimento umano presuppone una natura sociale specifica e un processo attraverso il quale i bambini si inseriscono gradualmente nella vita intellettuale di coloro che li circondano”<sup>4</sup>.*

Se l'apprendimento sociale precede la competenza individuale, esso ha come risultato lo sviluppo cognitivo, che non sarebbe possibile se si prescindesse da questo tipo di apprendimento. Lo sviluppo cognitivo, quindi, va ricondotto alle *interazioni sociali* dell'individuo nell'ambiente. Da ciò si evince la relazione tra processi di sviluppo e fattori educativi ed, inoltre, si intuisce che l'apprendimento dell'individuo avviene all'interno di una cultura e attraverso la comunicazione con gli altri, quindi possiamo affermare che noi conosciamo noi stessi grazie alle *nostre interazioni con gli altri*.

---

<sup>4</sup> Lev. S. Vygotskij, *Pensiero e linguaggio*, (1934), cit. in Lidio Miato, *La teoria vygotskiana*, [http://www.iprase.tn.it/old/documentazione/Pdf/Teoria\\_Vygotskij.pdf](http://www.iprase.tn.it/old/documentazione/Pdf/Teoria_Vygotskij.pdf)



Secondo questo approccio, dunque, è attraverso *l'interazione sociale* che i *comportamenti mentali naturali*<sup>5</sup> inferiori si trasformano in *comportamenti mentali culturali* superiori, passando così da una dimensione biologica (dotazione mentale naturale) ad un culturale. Il controllo della dotazione mentale naturale è mediato dagli strumenti o “artefatti” che si sono sviluppati durante l'evoluzione filogenetica della società a cui si appartiene. Questi *strumenti* possono essere *tecnici* oppure *psicologici*<sup>6</sup> (simbolici). Di questi ultimi fa parte il linguaggio che risulta essere il più importante fra tutti. I primi mettono l'uomo in relazione con il mondo esterno sul quale producono dei cambiamenti. I secondi sono prodotti sociali che non fungono da semplici sussidi, non producono cambiamenti nel mondo esterno, ma servono ad influenzare psicologicamente il comportamento, sono rivolti all'interno.

La mente, il cui sviluppo consiste nel padroneggiare le strutture simboliche, diviene quindi uno strumento di *mediazione* tra il mondo esterno e quello interno, in continua comunicazione. Questa mediazione permette al soggetto di attribuire un *significato* all'esperienza e di contribuire con la sua acquisizione al proprio sviluppo.

Il linguaggio, in quanto strumento mentale essenziale nel processo di mediazione semiotica, ricopre un ruolo fondamentale nella prospettiva educativa vygotskiana. È proprio attraverso la trasformazione nell'uso delle parole, dalla funzione originaria esterna di contatto e funzione sociale al

---

<sup>5</sup> “Vygotskij operò una distinzione fra ciò che egli indicò come il *comportamento mentale naturale* inferiore e il *comportamento mentale culturale* superiore. Condividiamo con gli animali le forme biologiche inferiori di comportamento mentale, come la percezione elementare, la memoria e l'attenzione. Le forme superiori delle funzioni umane, come la memoria logica, l'attenzione selettiva, il comportamento decisionale e la comprensione del linguaggio, sono prodotti dell'attività mediata. Gli elementi di mediazione sono gli strumenti psicologici o *segni*.” ( Dixon-Krauss, *Vygotskij nella classe. Potenziale di sviluppo e mediazione didattica*, pag. 27)

<sup>6</sup> “Gli strumenti psicologici comprendono i sistemi linguistici, quelli di numerazione, la scrittura, i diagrammi, le mappe, i segni convenzionali e le produzioni artistiche.” ( P.H.Miller, *Teorie dello sviluppo Psicologico*, Bologna, il Mulino, 1994, pag. 393)

discorso interiore, che è possibile osservare e comprendere l'evoluzione e la ristrutturazione mentale delle forme del pensiero da non-verbale a verbale, da inferiore a superiore.

Il linguaggio, dunque, viene collocato da Vygotskij al centro della “linea sociale di sviluppo” (culturale), che interagisce con la “linea naturale di sviluppo” (genetica) tramite la “*mediazione semiotica*”.

L'apprendimento, in tale prospettiva, non può essere considerato come risultato di un passaggio di nozioni o come esito di un'acquisizione individuale, ma risulta essere una costruzione sociale, in quanto si realizza negli individui che sviluppano la propria conoscenza attraverso *segni* e simboli, o come li definisce Bruner “*amplificatori culturali*”.

## 1.2. L'interiorizzazione

Vygotskij elabora un modo nuovo di intendere l'apprendimento delle funzioni psichiche superiori, come egli stesso ebbe ad affermare:

*“Nello sviluppo culturale del bambino ogni funzione compare due volte, su due piani: dapprima compare sul piano sociale, poi sul piano psicologico. Prima compare tra due persone, sotto forma di categoria interpsicologica, poi all'interno del bambino, come categoria intrapsicologica”*<sup>7</sup>

Nella fase di apprendimento dunque si verifica un passaggio da un livello *interpsicologico* ad uno *intrapsicologico*, che va dall'esterno verso l'interno.

L'interiorizzazione della conoscenza avviene prima condivisa con gli altri (apprendimento socializzato), in seguito elaborata autonomamente e

---

<sup>7</sup> Lev S. Vygotskij, *The genesis of higher mental functions*. In J. V. Wertsch ( a cura di ), *The concept of activity in Soviet psychology*, Armonk, NY, Sharp, 1981 pag.163, cit. in Dixon-Krauss ( 2000 ) nella trad. it. a pag. 28.

progressivamente trasferita dall'attività sociale esterna, mediata da segni, al controllo interno.

Questa concezione pone su basi radicalmente diverse il processo di sviluppo e di apprendimento dell'individuo, perché non assume più questi ultimi come contrapposti. Infatti “sviluppo” e “apprendimento” sono ambedue spiegati da un meccanismo che va dall'esterno verso l'interno, che procede cioè dal sociale all'intrapersonale e non dall'individuale al sociale. Ciò vuol dire che l'uso di una capacità cognitiva o linguistica nel contesto dello scambio sociale è il necessario precursore della padronanza individuale e autonoma di quella stessa capacità: in altri termini le funzioni psicologiche complesse di qualsiasi tipo (linguistiche, logiche, emotive) appaiono prima come funzioni sociali, e quindi all'interno dell'interazione sociale, e solo successivamente si manifestano anche nel funzionamento mentale autonomo del singolo.

Lo studio della mente umana corrisponde pertanto allo studio del processo di interiorizzazione di attività il cui fondamento è sociale. Vygotskij individua quattro stadi nel processo di interiorizzazione durante le quali il bambino modifica il suo rapporto con l'ambiente:

1. il bambino risponde alle stimolazioni dell'ambiente in modo immediato;
2. il bambino usa segni esterni;
3. il bambino diviene consapevole del significato e del ruolo dei segni;
4. il bambino giunge ad una interiorizzazione;

questi passaggi avvengono anche nell'acquisizione del linguaggio. Inizialmente il linguaggio è una risposta alle stimolazioni ambientali, ha quindi una funzione sociale ed è finalizzato al contatto e all'interazione con gli altri. Successivamente il bambino usa il linguaggio egocentrico, che rappresenta un momento importante del processo di interiorizzazione, in

quanto diventa il punto di contatto tra il discorso esterno sociale e il pensiero interno. Infine il linguaggio è interiorizzato e acquista una seconda funzione (la prima è quella sociale), quella di natura intellettuale, ossia strumento di strutturazione del pensiero.

Il processo di interiorizzazione che caratterizza lo sviluppo è dunque un processo sociale perché avviene tra bambino e adulti e perché è mediato dall'uso del linguaggio.

Da quanto detto sopra appare evidente che l'educazione nella psicologia vygotskiana ricopre un ruolo principale. Illuminante è a questo proposito l'esempio fornito da Powell (1993) e ripreso dalla Dixon-Krauss:

*“un'alunna alza la mano per chiedere il significato di una parola che non conosce. L'atto è regolato dall'oggetto, o controllato dall'oggetto (la parola conosciuta) riguardo la quale la bambina sta chiedendo informazioni—una comunicazione. L'atto della bambina ora passa sotto il controllo di un'altra persona, il controllo dell'insegnante, diventando eteroregolato. L'insegnante offre un aiuto utilizzando il contesto, parti della parola, lettere o caratteristiche sonore. La bambina decifra la parola servendosi di questo aiuto e prosegue nella sua lettura. Per effetto di questa esperienza, la bambina apprende a rivolgere i suoi segni ad altri adulti invece di saltare o ignorare l'oggetto sconosciuto (le parole sconosciute). Il gesto entra a far parte del repertorio mentale dell'alunna (...). Esso è diventato uno strumento psicologico che è sotto il suo controllo. Ora è autoregolato. Comportamenti esterni, che erano definiti in parte dalla cultura sono stati interiorizzati dalla bambina, adesso possono funzionare per lei come strumenti mentali”<sup>8</sup>.*

Riassumendo possiamo concludere che l'interazione sociale, opera come uno strumento di facilitazione per lo sviluppo e l'apprendimento di capacità cognitive. In modo particolare ciò avviene nel contesto dell'interazione fra

---

<sup>8</sup> Dixon-Krauss, *Vygotskij nella classe.*, pag. 29.

un soggetto più competente, che può essere genitore, educatore, insegnante, ma anche coetaneo, e un bambino che ancora non è sufficientemente competente.

### *1.3. Lo sviluppo dei concetti spontanei e scientifici*

Per Vygotskij, come si evince da quanto detto nel paragrafo precedente, lo sviluppo cognitivo procede da due matrici, una naturale, attraverso la maturazione organica e l'esperienza, che porta alla formazione di *concetti spontanei*, e l'altra culturale, attraverso l'interazione sociale mediata dal linguaggio, che porta alla formazione di *concetti scientifici*. I primi sono il risultato di un apprendimento non intenzionale, i secondi sono il risultato di un apprendimento intenzionale, qual è quello scolastico.

Come sostiene Vygotskij:

*“L’istruzione è una delle principali fonti dei concetti dell’alunno ed è anche una potente forza che indirizza la loro evoluzione, essa determina il destino del suo sviluppo mentale complessivo”<sup>9</sup>.*

Secondo lo psicopedagogo russo l'individuo per padroneggiare e dirigere i propri pensieri usa i segni di mediazione che nella formazione dei concetti sono rappresentati dalle parole. Il ruolo della parola è quindi fondamentale dato che *“...prima svolge la funzione di mezzo nella formazione di un concetto, poi ne diventa il simbolo”<sup>10</sup>.*

È attraverso l'interazione sociale, che il bambino sviluppa le abilità superiori di pensiero, come la consapevolezza, l'astrazione e il controllo. La parola quindi, in quanto strumento del pensiero, viene usata dal

---

<sup>9</sup> Vygotskij, *Thought and language*, 1962 pag. 85, cit. in Dixon-Krauss nella trad. it. a pag. 31.

<sup>10</sup> Lev S. Vygotskij, *Pensiero e linguaggio*, Bari, Laterza, 2000, pag. 137.

bambino per concentrare l'attenzione, indispensabile a far progredire il processo di elaborazione astratta, attraverso le fasi di:

- *astrazione* di determinate caratteristiche
- la loro *sintesi*
- la *simbolizzazione di esse* mediante un segno.

Per Vygotskij, il processo di elaborazione astratta diventa il principale strumento di funzionamento mentale superiore.

Lo psicopedagogo russo sostiene che il bambino perviene alla costruzione dei concetti attraverso tre stadi:

1. stadio dei *mucchi sincretici*, contraddistinta dalla mancanza di un punto di riferimento oggettivo stabile;
2. stadio del *pensiero per complessi*; in questa fase il bambino tende verso un modo oggettivo di pensare; l'individuo riconosce relazioni concrete, ma non logiche o astratte;
3. stadio *concettuale*; in questa fase l'individuo opera utilizzando la capacità di astrarre.

I *concetti spontanei*, quindi, cominciano ad emergere quando il bambino, grazie all'interazione verbale con gli adulti che si prendono cura di lui, inizia a denominare gli oggetti presenti nell'ambiente in cui vive e la parola diventa mezzo di comunicazione. In questa prima fase della formazione dell'*immaginazione sincretica* il bambino oltre ad usare le parole come etichette per denominare gli oggetti, raggruppa questi ultimi in categorie causali o *mucchi*. A mano a mano che accresce la sua esperienza nel mondo, il bambino comincia a pensare in termini più *complessi*. È in questo stadio che il bambino, attraverso l'esperienza diretta, analizza le caratteristiche degli oggetti e stabilisce dei legami concreti e fattuali, o delle relazioni fra gli oggetti.

La differenza tra *concetti spontanei* e *concetti scientifici* sta nel fatto che, i primi costituiscono una forma di conoscenza acquisita per mezzo di un processo che va dal basso verso l'alto mediante “(...) *uno scontro diretto del bambino con questa o quella cosa, con cose che, in verità, gli sono spiegate nello stesso tempo dagli adulti, ma che nondimeno sono cose reali, vive.*”<sup>11</sup>; la loro caratteristica è quindi data dall'essere relativi all'esperienza personale. I secondi vengono appresi con la modalità dall'alto verso il basso perché, invece di essere frutto della percezione visiva o dell'esperienza diretta, sono mediati dalle parole e fanno già parte di un sistema di concetti. Essendo i *concetti scientifici* una forma di conoscenza astratta e sistematizzata comune agli individui di una specifica cultura, sono acquisiti dai bambini durante l'istruzione formale attraverso la scolarizzazione. La conseguenza che la scolarizzazione produce sulle competenze del bambino, è di dare una sistematicità ai concetti che egli già possiede e a quelli che man mano acquisisce.

Vygotskij afferma che i *concetti scientifici* non vengono trasmessi dall'adulto e assimilati in forma compiuta dal bambino, ma si sviluppano attraverso l'interazione verbale; sostiene, inoltre, che la formazione dei concetti scientifici avviene con un'operazione intellettuale che è “*guidata dall'uso delle parole che servono per concentrare attivamente l'attenzione, astrarre certi concetti, sintetizzarli e simbolizzarli per mezzo di un segno*”<sup>12</sup>.

Per cui nel passaggio dal pensiero basato su *concetti spontanei* al pensiero basato su *concetti scientifici*, è il significato (ossia la parola) a guidare l'attenzione e la memoria del bambino a diventare volontarie e logiche.

---

<sup>11</sup> Vygotskij, *Pensiero e linguaggio*, 2000, pag. 286.

<sup>12</sup> Lev S.Vygotskij, *Pensiero e linguaggio*, Firenze, Giunti, 1965, pag. 106.

È attraverso l'interazione verbale con l'adulto che il bambino sviluppa le abilità superiori di pensiero, ossia, la consapevolezza, l'astrazione e il controllo. Un individuo è in grado di elaborare concetti, quando diventa consapevole di ciò che conosce.

Fra i due tipi di concetti vi è uno stretto rapporto. L'apprendimento intenzionale non parte mai da zero ma dai concetti spontanei, come afferma Vygotskij:

*“Il concetto quotidiano, che ha percorso una lunga storia del suo cammino dal basso verso l'alto, ha aperto la strada alla germinazione ulteriore del concetto scientifico verso il basso, poiché ha creato una serie di strutture necessarie per la comparsa delle proprietà inferiori ed elementari del concetto”.*

A sua volta:

*“(...) anche il concetto scientifico, che ha percorso una parte del cammino dall'alto verso il basso, ha aperto la strada per lo sviluppo dei concetti quotidiani, preparando una serie di formazioni strutturali necessarie per padroneggiare le proprietà superiori del concetto”<sup>13</sup>.*

I *concetti spontanei o quotidiani*, dunque, svolgono diverse funzioni: forniscono il contenuto che viene utilizzato per spiegare e definire i concetti scientifici astratti, collegano i *concetti scientifici* alle reali esperienze del bambino e gettano le basi per la conoscenza. I *concetti scientifici*, comunque, danno la struttura necessaria affinché i concetti spontanei del bambino vengano definiti logicamente, diventino consciamente accessibili e possano essere usati deliberatamente.

---

<sup>13</sup> Vygotskij, *Pensiero e linguaggio*, 2000 pag. 287.



In definitiva secondo Vygotskij è la disciplina formale dei concetti scientifici che trasforma progressivamente la struttura di quelli spontanei e ne favorisce l'organizzazione in un sistema.

Grande importanza nello sviluppo cognitivo ha quindi, per Vygotskij, l'apprendimento formale che procede attraverso esperienze e attività condivise di ricerca di significati, di dialogo, argomentazione, discussione e confronto.

Attraverso il dialogo, egli osserva, si realizza sia una funzione di comunicazione e di aiuto tra le menti, sia una funzione di interiorizzazione dei significati prodotti nell'interazione che alimenta un linguaggio interiore attraverso il quale il soggetto può risolvere in modo autonomo problemi analoghi a quelli risolti con gli altri. L'apprendimento è conseguenza di una relazione sociale mediata dai sistemi simbolici ed è fonte di sviluppo.

#### *1.4. La zona di sviluppo prossimale*

Il concetto di *zona di sviluppo prossimale* di Vygotskij include in sé le idee di interiorizzazione, di mediazione semiotica e di sviluppo concettuale.

Vygotskij afferma che i concetti spontanei degli alunni grazie all'impulso ricevuto dai concetti scientifici connessi alle aree disciplinari, arrivano ad un livello di consapevolezza, di controllo e di astrazione superiori dando forma ad una *zona di sviluppo prossimale* attraverso la quale l'allievo non è ancora passato. I concetti spontanei degli alunni sono situati all'interno di questa zona; essi emergono e vengono riorganizzati attraverso l'istruzione. Una buona istruzione, quindi, deve essere rivolta alla *zona di sviluppo prossimale* dell'alunno dato che essa precede e guida lo sviluppo:

*“Ciò che l'alunno riesce a fare in cooperazione oggi, potrà farlo da solo domani. Pertanto, l'unica buona forma di istruzione è quella che*

*anticipa lo sviluppo e lo conduce; essa non dovrebbe essere indirizzata tanto alle forme mature, quanto a quelle che stanno maturando”<sup>14</sup>.*

La *zona di sviluppo prossimale* è definita da Vygotskij come uno spazio intermedio tra il *livello attuale di sviluppo* del bambino, determinato dalla sua capacità di risolvere da solo un problema, e il suo *livello di sviluppo potenziale* determinato dalla capacità di risolvere un problema con l'aiuto di un adulto o di un coetaneo più competente.

In altre parole, la *zona di sviluppo prossimale* delimita quelle funzioni che sono presenti nel processo di maturazione del bambino ma che non sono ancora maturate, funzioni che sono embrionalmente già presenti e che matureranno attraverso l'interazione sociale con un adulto (o coetaneo competente).

Il *livello attuale di sviluppo* invece, racchiude le funzioni che sono già maturate, indica ciò che il bambino domina già da solo, il tipo e il livello di funzionamento cognitivo che è capace di attivare in maniera autonoma per risolvere un problema.

Possiamo dire che il bambino opera all'interno della sua *zona di sviluppo prossimale* quando viene impegnato in un'attività didattica che richiede un livello di capacità lievemente superiore alle competenze da lui possedute perché possa eseguirla da solo, e la risposta deve essere data con il sostegno di un adulto o di un compagno competente. Il sostegno, l'interazione e la collaborazione con l'adulto (o compagno competente) fanno emergere le potenzialità di cambiamento del bambino, ossia, ciò che in un momento successivo sarà in grado di realizzare autonomamente.

---

<sup>14</sup> Vygotskij, *Thought and language*, 1962 pag. 104, cit. in Dixon-Krauss nella trad. it. a pag. 34.

L'interazione con l'adulto (o compagno competente) aiuta il bambino a crescere, guidando la sua partecipazione alle attività significative, aiutandolo ad adattare le sue conoscenze a nuove situazioni.

L'apprendimento all'interno della *zona di sviluppo prossimale* avviene grazie all'intersoggettività, ovvero un modo comune di vedere le cose, basato su un punto sul quale concentrare l'attenzione e su un obiettivo che il bambino e la persona più competente condividono.

All'interno della *zona di sviluppo prossimale*, secondo Vygotskij, il comportamento del bambino e quello dell'adulto si influenzano in maniera reciproca, l'educazione quindi non va in una sola direzione. Il bambino, infatti, contribuisce attivamente in quanto motivato ad imparare, in maniera graduale si assume una maggiore responsabilità nel portare avanti l'attività, e l'adulto adatta il livello di aiuto alla risposta del bambino. È l'adulto, quindi, che permette l'interiorizzazione delle procedure acquisite nell'interazione sociale, affinché il bambino possa attivarle autonomamente, ossia integrarle nello sviluppo attuale.

In pratica, ad un certo punto, l'apprendimento sostenuto dall'interazione sociale con l'adulto si interiorizza, diventa parte dello sviluppo individuale del bambino. È in questo modo che avviene il passaggio graduale dal livello interpsicologico a quello intrapsichico, passando così da una prestazione eteroregolata ad una autoregolata.

L'attenzione dell'adulto dovrebbe quindi spostarsi, da quello che il bambino è in grado di fare da solo, a quello che potrebbe fare se aiutato dall'insegnante o dai compagni. Un insegnamento che si collochi all'interno del *livello attuale di sviluppo* dell'alunno, infatti, non è utile al suo progresso cognitivo, poiché finisce col rinforzare le capacità già acquisite. Ugualmente, un intervento che si collochi oltre la *zona di sviluppo prossimale* non sortisce frutto perché al di là delle potenzialità di

chi apprende, quest'ultimo rischia perciò di non comprendere più la proposta dell'insegnante.

Quindi possiamo affermare che l'insegnamento diventa ottimale quando si colloca nella *zona di sviluppo prossimale* del singolo alunno. L'insegnamento deve essere orientato verso il futuro e non verso il passato: l'insegnante seleziona ed organizza gli stimoli che devono arrivare fino al bambino perché giungano a collocarsi proprio nella *zona di sviluppo prossimale* di ciascuno.

La scuola e l'insegnamento quando operano nella *zona di sviluppo prossimale* riescono a intervenire efficacemente nello sviluppo di quelle capacità del bambino che sono embrionalmente già presenti come funzioni semplici ma che richiedono di essere esercitate, coordinate, contestualizzate, rese consapevoli e flessibili nell'uso, affinché il soggetto sia capace di utilizzare le sue capacità anche senza il supporto di altri.

In questo percorso del bambino, l'insegnante svolge l'importante ruolo di mediatore delle attività di apprendimento dei suoi alunni, mentre essi condividono, attraverso l'interazione sociale, conoscenze e significati.

L'insegnamento, secondo questo quadro teorico, si può considerare come facilitatore all'attività di chi impara: si muove proprio nella *zona di sviluppo prossimale*, ma nel frattempo può operare per ampliarla grazie al supporto sociale e alla mediazione offerta dai sistemi simbolici propri della cultura.

Un altro tema connesso al concetto vygotkiano di *zona di sviluppo prossimale* è quello dell'interdipendenza fra l'insegnamento e la valutazione.

In origine Vygotskij sviluppa il concetto di *zona di sviluppo prossimale* in risposta alla consuetudine di usare i test per misurare il QI nella valutazione del potenziale di apprendimento dell'alunno. Egli sostiene che:

*“la maggioranza delle indagini psicologiche che riguardano l’apprendimento scolastico hanno misurato il livello di sviluppo mentale del bambino facendogli risolvere determinati problemi standardizzati. Si riteneva che i problemi che egli era in grado di risolvere da sé indicassero il livello del suo sviluppo mentale in quel determinato momento. Ma in questo modo può essere misurata soltanto la parte di sviluppo del bambino già terminata, che non può essere esaustiva ”<sup>15</sup>.*

Vygotskij parte dal principio che la valutazione del potenziale apprenditivo non debba misurare solo le conoscenze e le competenze individuali acquisite dall’alunno, ma anche il loro sviluppo potenziale o ciò che *stanno* apprendendo.

Per cui ritiene necessario valutare la prestazione degli alunni *“nel momento stesso in cui sono impegnati nelle attività didattiche vere e proprie”*. Inoltre ritiene che la valutazione della *zona di sviluppo prossimale* dell’alunno deve comprendere due elementi:

1. l’alunno deve impegnarsi in un compito per lui difficile;
2. l’esecuzione del compito deve essere mediata da un adulto o attraverso la collaborazione di un coetaneo competente.

L’insegnante, interagendo con l’alunno, analizza il suo modo di pensare e quali strategie sta usando per risolvere il compito propostogli. Più aiuti vengono forniti all’alunno e più è ridotta la *zona di sviluppo prossimale*, viceversa, meno aiuti si forniscono e maggiore risulta essere questa zona. Le informazioni ottenute dall’analisi di questi due momenti permettono all’insegnante di attuare modalità di insegnamento che possono massimizzare l’accrescimento della *zona di sviluppo prossimale* dell’alunno.

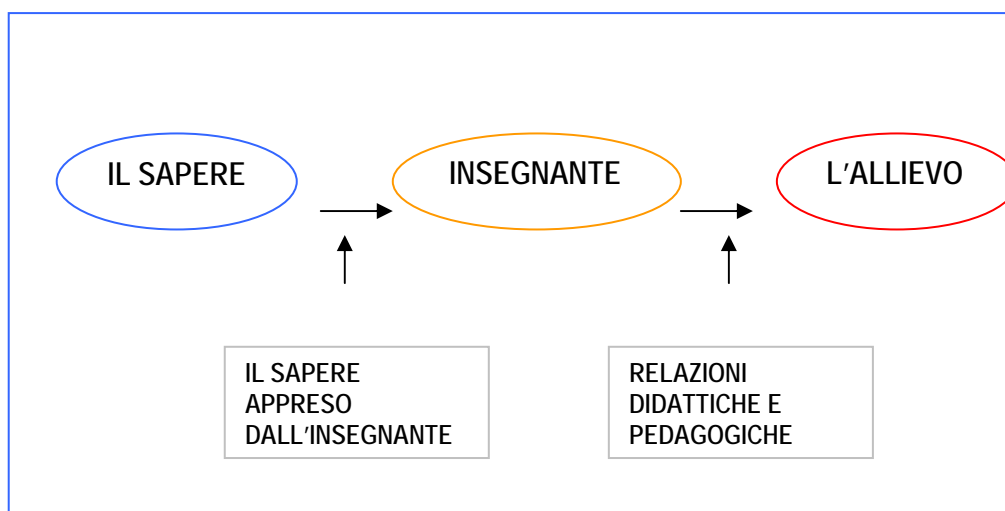
---

<sup>15</sup> Vygotskij, *Thought and language*, 1962 pp.186-187, cit. in Dixon-Krauss nella trad. it. a pag. 167.

### Teoria delle Situazioni Didattiche di Guy Brousseau

#### 2.1. La Teoria delle Situazioni Didattiche

Per poter sviluppare *competenza matematica* nell'alunno, è necessario superare il modello di insegnamento lineare, quello dell'unica relazione pedagogica tra l'insegnante e l'allievo:



In questo senso ci viene in aiuto la ricerca in Didattica della Matematica.

La ricerca psicologica ha rilevato il ruolo determinante del pensiero e della volontà dell'allievo nell'atto di imparare e la ricerca pedagogica e didattica hanno mostrato che spesso questa condizione favorevole si realizza quando l'allievo affronta situazioni-problema. Così l'attenzione si è spostata dall'insegnamento all'atto di imparare, l'apprendimento, e alle condizioni che lo favoriscono.

Uno dei concetti più noti nell'ambito della Ricerca in Didattica della matematica è quello di *sistema didattico*, costituito dalla terna insegnante, alunno e sapere, comprese le interazioni tra insegnante ed alunno relative

ad un dato sapere, in una **situazione** di insegnamento. Introdotto in Francia, attorno agli anni 70, da G. Brousseau e dai suoi collaboratori, si pone come obiettivo la creazione di una teoria didattica che permetta da una parte, di capire/spiegare i fatti che avvengono nell'insegnamento/apprendimento della matematica e d'altra parte, fornire ad insegnanti e ricercatori uno strumento per progettare e realizzare un insegnamento efficace della matematica.

Il progetto iniziale si pone come obiettivo l'identificazione di una serie di situazioni di apprendimento che permettano all'allievo di imparare quasi senza interventi di insegnamento da parte dell'insegnante. Nei decenni successivi, la riflessione e la ricerca mettono però in luce una maggiore complessità dei fenomeni di insegnamento/apprendimento, la teoria dunque si evolve e si arricchisce verso la forma attuale. Adesso, quindi, disponiamo di un modello teorico per l'insegnamento della matematica chiamato **Teoria delle Situazioni Didattiche**, che continua ad essere in piena evoluzione grazie ai numerosi lavori sperimentali e teorici portati avanti dalla comunità dei ricercatori in didattica della matematica.

## ***2.2. Il triangolo: insegnante, allievo, sapere***

Brousseau, teorizzando i fatti concernenti l'insegnamento della matematica dà alla didattica della matematica lo statuto di scienza, definendola "*una scienza che si interessa alla produzione e comunicazione delle conoscenze matematiche*". Una scienza che ha come oggetti specifici di studio:

- le operazioni essenziali della diffusione della conoscenza, le condizioni di questa diffusione e le trasformazioni che essa produce, sia sulle conoscenze sia sui suoi utilizzatori;
- le situazioni e le attività che hanno come scopo quello di facilitare queste operazioni.

In questo senso è dunque possibile descrivere un *sistema didattico* formato da tre componenti: insegnante, allievo e Sapere da insegnare.

La didattica della matematica si occupa dunque del carattere sistemico dell'interazione tra i tre elementi succitati che caratterizzano l'azione didattica. Ma cosa si intende per *sistema*?

Per *sistema* si intende un qualsiasi complesso di elementi che interagiscono fra loro e le relazioni, sia interne (tra elementi del sistema) sia esterne (tra il sistema stesso ed altri sistemi), lo definiscono e ne determinano l'evoluzione; ogni elemento del sistema non può essere considerato singolarmente ma solo all'interno della complessità di queste relazioni.

Tornando al concetto di *sistema didattico* succitato, ciò che definisce l'insegnante e l'alunno come tali è il *progetto del sistema didattico* stesso, cioè il passaggio da uno stato iniziale ad uno stato finale nei confronti di un sapere che sia oggetto di apprendimento.

Lo stato finale del *sistema didattico* è quello in cui l'insegnante come tale è assente e l'alunno intrattiene una relazione privilegiata con il sapere.

La comprensione poi della **situazione didattica** ed in particolare dell'apprendimento dell'alunno necessita del completamento del triangolo sapere-insegnante-alunno con un quarto elemento: l'ambiente (in francese *milieu*), vale a dire il sistema antagonista dell'alunno nella **situazione didattica**.

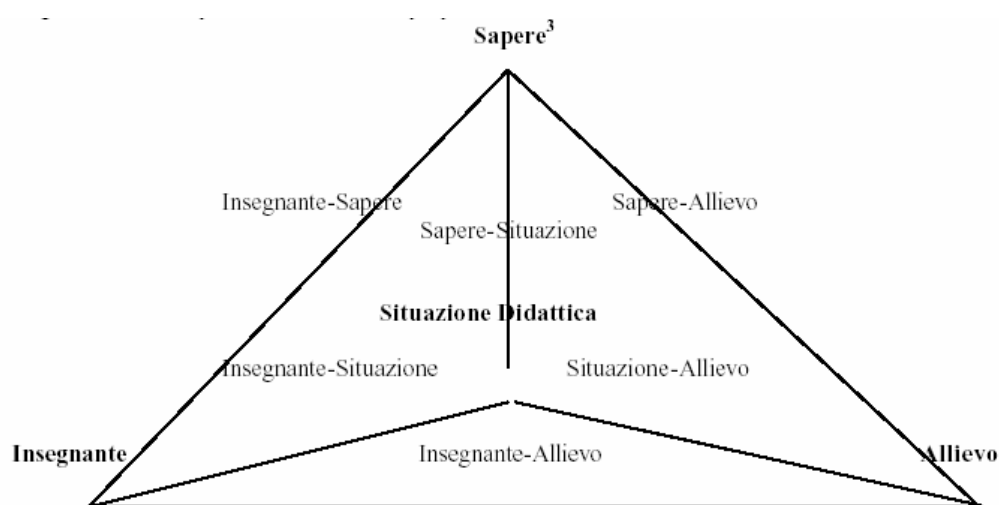
Brousseau rileva che:

*“L'allievo apprende adattandosi ad un **milieu** che è fattore di contraddizioni, di difficoltà, di disequilibri, un po' come avviene nella società umana. Questo sapere, frutto dell'adattamento dell'allievo, si*



*manifesta attraverso risposte nuove che sono la prova dell'apprendimento*"<sup>16</sup>.

A volte il *milieu* esplicita D'Amore, "è definito sulla base di veri e propri oggetti concreti, a volte vi si aggiunge una interazione per la quale questi oggetti sono stati scelti, a volte come qualche cosa di stabile, altre come di qualcosa che si sviluppa e si modifica insieme all'allievo"<sup>17</sup>.



Questo schema<sup>18</sup> riassume la relazione all'interno di un preciso ambiente e attraverso una Situazione Didattica organizzata.

Aver introdotto nel *sistema* la **Situazione Didattica** favorisce, come sostiene F. Spagnolo, un insieme di altre relazioni che si possono così riassumere:

- 🌈 Sapere Situazione: nella situazione didattica l'analisi è indirizzata sia verso i percorsi epistemologici e storico-epistemologici del "Sapere", che gli ostacoli di origine didattica;

<sup>16</sup> Cit. in M. Ferreri- F Spagnolo *L'apprendimento tra emozione ed ostacolo*. . Quaderni di Ricerca in Didattica GRIM Palermo n. 4, 1994.

<sup>17</sup> Bruno D'Amore, *didattica della matematica*, Bologna, Pitagora, 2001 pag. 27.

<sup>18</sup> Schema proposto da F. Spagnolo in *La Ricerca in Didattica delle Matematiche, un paradigma di riferimento*. Quaderni di Ricerca in Didattica GRIM Palermo n. 10, 2001.

- ✚ Situazione-Allievo: l'analisi riguarda il punto di vista dell'allievo rispetto alla situazione didattica, per scoprire quali strategie risolutive usa rispetto ad una determinata situazione/problema;
- ✚ Insegnante-Situazione: il punto focale di questa relazione riguarda l'**analisi a-priori** delle strategie risolutive di un determinato problema rispetto alle conoscenze che l'insegnante possiede sia del "Sapere"(epistemologico e storico epistemologico) sia dei comportamenti degli allievi ipotizzati rispetto alla risoluzione di un determinato problema.(F.Spagnolo Quaderno n 10)

L'**analisi a priori** costituisce dunque uno strumento "*indispensabile per un corretto approccio alla Ricerca in Didattica*", grazie al quale l'insegnante-ricercatore anticipa certe reazioni degli allievi e orienta i suoi interventi didattici.

Prima di proporre un problema, l'insegnante deve quindi chiedersi quali siano gli strumenti a disposizione degli allievi per risolverlo, quali difficoltà dovranno essi affrontare e come organizzare il lavoro in classe per favorire un'evoluzione da procedure di risoluzione ancora primitive verso metodi più stabili ed efficaci.

Possiamo definire l'**analisi a-priori** di una situazione/problema l'insieme delle *rappresentazioni epistemologiche e storico-epistemologiche*<sup>19</sup> che daranno all'insegnante la possibilità di operare scelte relativamente alle competenze da sviluppare e di contenuti da affrontare, e dei *comportamenti*

---

<sup>19</sup> "Le rappresentazioni epistemologiche sono le rappresentazioni degli eventuali percorsi conoscitivi riguardo un particolare concetto. Tali rappresentazioni possono essere messe a punto da un soggetto apprendente o da una comunità scientifica in un determinato periodo storico."

"Le rappresentazioni storico-epistemologiche sono le rappresentazioni degli eventuali percorsi conoscitivi riguardanti la ricostruzione sintattica, semantica, pragmatica di un determinato concetto."( F. Spagnolo, *La Ricerca in Didattica delle Matematiche, un paradigma di riferimento*, 2001. )

*ipotizzabili*<sup>20</sup> la cui analisi consentirà di tener conto di eventuali errori, ostacoli alla disciplina, misconcetti e conflitti, consentendo di individuare quelle attività che, nel rispetto di diversi stili cognitivi, favoriranno l'apprendimento degli allievi.

L'analisi a-priori della situazione didattica consente di individuare:

- ✚ lo “spazio degli eventi”<sup>21</sup> che riguarda la particolare situazione didattica rispetto alle conoscenze professionali dell'insegnante-ricercatore in un determinato periodo storico;
- ✚ il “buon problema”<sup>22</sup>, attraverso lo spazio degli eventi possibili, e quindi una “situazione didattica fondamentale” per la classe di problemi alla quale la situazione didattica afferisce;
- ✚ le “variabili della situazione problema”<sup>23</sup> e delle “variabili didattiche”<sup>24</sup>.

L'**analisi a-priori** di una situazione didattica in ultimo è uno strumento di analisi o di verifica che può essere utilizzato in diverse situazioni di apprendimento/insegnamento.

### ***2.2.1. La relazione Insegnante-Sapere***

Lo stato iniziale del *sistema didattico* è quello in cui l'insegnante intrattiene una relazione privilegiata con il Sapere, mentre quella dell'alunno è inadeguata o inesistente. Dal punto di vista della relazione con il Sapere questa dissimmetria è ciò che dà significato all'esistenza del *sistema*

---

<sup>20</sup> I comportamenti ipotizzabili dell'allievo nei confronti della situazione/problema sono tutte le possibili strategie risolutive sia corrette che non. Tra le strategie non corrette verranno prese in considerazione quelle che possono devolvere in strategie corrette.

<sup>21</sup> Insieme delle probabili strategie risolutive corrette e non ipotizzabili in un determinato periodo storico da una determinata comunità di insegnanti

<sup>22</sup> È ciò che, rispetto alla conoscenza presa in esame, permette la migliore formulazione in termini ergonomici.

<sup>23</sup> Sono tutte le possibili variabili che intervengono in una situazione-problema.

<sup>24</sup> Sono quelle che permettono un cambiamento dei comportamenti degli allievi, rappresentano dunque un sottoinsieme delle variabili della situazione didattica.

*didattico*, poiché l'insegnante assume il ruolo di "mediatore" tra l'allievo e il Sapere, quest'ultimo inteso come *Savoir savant* (D'Amore, 2001 pag.73), cioè il sapere ufficiale, della ricerca matematica, storicizzato ed accademico. Il Sapere comunicato dall'insegnante deve essere contestualizzato all'interno di un preciso ambito, il suo compito è quello di rielaborare il sapere, trasformarlo ed adattarlo alla realtà, unica e singolare del proprio gruppo classe, quest'operazione di trasformazione è detta *trasposizione didattica dal Sapere al sapere insegnato* (D'Amore, 2001 pag.74); in particolare dal Sapere universitario è elaborato il sapere da insegnare, proposto dai programmi, e l'insegnante dovrà quindi tradurlo in sapere insegnato. Ancora diverso sarà il sapere appreso dagli allievi, che sarà il frutto di un'interpretazione individuale fatta in base alle proprie esperienze, attese e speranze.

Il sapere insegnato, adattato e trasformato è fortemente influenzato dalle concezioni epistemologiche che gli insegnanti hanno riguardo alla disciplina che insegnano.

### ***2.2.2. La relazione Allievo-Sapere***

La relazione che viene ad instaurarsi tra l'Allievo ed il Sapere può rappresentare, come afferma F.Spagnolo

*“la relazione obbiettivo finale di ogni insegnante che al termine del suo lavoro di mediatore sparisce per far sì che l'allievo abbia un rapporto personale con il Sapere. Questo fatto rappresenta una sorta di paradosso dell'insegnamento: l'insegnante raggiunge il suo scopo quando esce fuori di scena”<sup>25</sup>.*

Perché questo si realizzi è di notevole importanza che l'insegnante sia consapevole dei processi cognitivi che sono alla base del pensiero

---

<sup>25</sup> Spagnolo, *La Ricerca in Didattica delle Matematiche, un paradigma di riferimento*, 2001.

matematico dell'allievo e, ponga particolare attenzione al modo in cui si formano i concetti nella sua mente.

Un contributo molto rilevante a tale proposito, come sostengono diversi autori tra cui B. D'Amore, ci viene offerto dal lavoro svolto da Vygotskij proprio sulla formazione dei *concetti scientifici* ed in particolare su quelli di tipo scolastico.

Durante l'infanzia, il bambino mette in atto un susseguirsi di costruzioni concettuali ancorate a componenti concreto-figurative, necessarie per la "fondazione" stessa del "concetto". Egli comincia con il costruirsi un'*immagine mentale* del concetto, in altre parole una rappresentazione dello stesso legata alle sue conoscenze pregresse, alla sua esperienza nel mondo circostante e alle modalità personali di mediazione della percezione che crede definitiva.

*“Ma ad un certo punto della sua storia cognitiva, riceve informazioni dei concetti che non sono contemplate dall'immagine che aveva; egli deve allora adeguare la “vecchia” immagine ad una nuova, più ampia, che non solo conservi le precedenti informazioni, ma accolga anche le nuove”<sup>26</sup>.*

In questo modo si vengono a creare *conflitti cognitivi* tra i concetti consolidati o *misconcezioni*, cioè concezioni momentaneamente non corrette in attesa di una sistemazione cognitiva più elaborata e critica, e le nuove immagini proposte.

Ovviamente l'allievo non è a conoscenza di questo processo e ritiene le concezioni possedute corrette e definitive, è l'insegnante che le considera *misconcezioni* e deve valutarle come tali, una volta che lo studente le esprime commettendo "errori". Com'è comprensibile, alle *misconcezioni*

---

<sup>26</sup> D'Amore, *didattica della matematica*, pp. 50-51.

non va dunque data una connotazione negativa; se lo studente commette “*errori*” occorre fornirgli gli strumenti per un’elaborazione critica dell’*errore* stesso, in modo da consentirgli di sistemare adeguatamente l’immagine che si è fatto di un determinato concetto.

Inoltre la *misconcezione* è un passaggio necessario: l’apprendimento di un *concetto* passa attraverso *immagini instabili* sempre più complesse, sempre più elaborate fino ad arrivare ad un’*immagine* finale corretta, che prende il nome di *modello*. Le immagini di passaggio possono essere vere e proprie *misconcezioni* ed in questo caso il termine perde completamente la sua connotazione negativa. È necessario inoltre porre attenzione al fatto che il modello sia corretto, e non si fermi ad un’immagine che avrebbe dovuto essere ulteriormente ampliata, ovvero che l’allievo non si crei un “*modello parassita*” resistente a stimoli di ogni tipo. Infatti, la mente umana ha la tendenza ad opporre resistenza ai cambiamenti, soprattutto se ritenuti non necessari, perciò le sicurezze raggiunte dai *modelli* definiti molto presto, possono diventare degli *ostacoli* (termine usato da Brousseau nel 1976) all’apprendimento di nuovi concetti.

L’ostacolo è comunque indispensabile alla formazione del concetto, infatti, “(...) è un’*idea che, al momento della formazione di un concetto, è stata efficace per affrontare dei problemi precedenti, ma che si rivela fallimentare quando si tenta di applicarla ad un problema nuovo*”<sup>27</sup>.

Un *ostacolo* dunque, secondo quanto afferma lo stesso Brousseau presenta le seguenti caratteristiche: lo si deve considerare una conoscenza e non una mancanza di conoscenza; conoscenza che l’allievo usa per dare risposte adeguate in un contesto conosciuto, già incontrato; l’uso di questa conoscenza adoperata dall’allievo fuori dal contesto noto, genera però

---

<sup>27</sup> D’Amore, *di didattica della matematica*, pag. 67.

risposte scorrette; l'ostacolo produce contraddizioni a cui l'allievo pone resistenza; una volta superato può riapparire.

È necessario dunque al fine di far superare agli allievi questi *ostacoli* che l'insegnante progetti situazioni didattiche atte a fornire loro prove attendibili sulla necessità di cambiare le loro concezioni.

Brousseau, inoltre, individua tre tipi di ostacoli:

1. *Ostacoli di origine ontogenetica*. Ogni individuo che apprende sviluppa capacità e conoscenze adatte alla sua età cronologica, dunque adatte a mezzi e scopi di quell'età: rispetto all'acquisizione di certi concetti, queste capacità e conoscenze possono essere insufficienti e costituire quindi ostacoli di natura ontogenetica, per esempio, l'allievo potrebbe avere limitazioni neurofisiologiche.

2. *Ostacoli di origine didattica* Dipendono dal sistema educativo adottato, dalle scelte operate dall'insegnante: dunque proprio l'insegnante può operare in termini decisivi per limitare l'influenza di questo genere di ostacoli. Per esempio, l'insegnante sceglie un progetto, un curriculum, un metodo, e lo propone alla classe perché pensa che possa essere efficace; ma quel che è efficace effettivamente per qualche studente, non lo è per altri. Per questi ultimi, la scelta di quel progetto si rivela dunque un ostacolo didattico.

3. *Ostacoli di natura epistemologica*, sono legati allo sviluppo storico dei concetti matematici. Ogni argomento a carattere matematico ha subito un processo di evoluzione nel corso della storia, in cui si possono individuare delle fratture, dei cambi radicali di concezione, allora si suppone che quel concetto abbia al suo interno ostacoli di carattere epistemologico sia ad essere concepito, sia ad essere accettato dalla comunità dei matematici, sia ad essere appreso (D'Amore, 2001 pag. 69). Si tratta quindi di ostacoli

oggettivi ed intrinseci al sapere stesso, che portano gli studenti ad avere le stesse difficoltà incontrate dai matematici nel corso della storia.

### *2.2.3. La relazione Insegnante-Allievo*

Nell'analisi di un'azione didattica non si può trascurare la relazione che si instaura tra Insegnante e Allievo. Per la natura stessa del processo di insegnamento/apprendimento, si tratta di una relazione asimmetrica, sia rispetto ai contenuti, sia rispetto alle relazioni sociali.

Il complesso di interazioni e di comportamenti che si instaura tra allievo ed insegnante, che deve avere quale prodotto finale l'apprendimento, è formato da una serie di fasi e di momenti che caratterizzano l'attività svolta in classe giornalmente. Il rapporto allievo-insegnante è basato su regole non scritte, su convenzioni sottintese, accettate implicitamente tanto dallo scolaro quanto dall'insegnante. Queste regole, seppure mai dichiarate, sono ben conosciute da entrambe le parti in causa, come se costituissero una sorta di contratto mai firmato la cui validità è però indiscutibilmente nota e chiara a tutti: questo "*contratto didattico*" influenza in termini decisivi il processo di insegnamento/apprendimento. Esistono vari approcci ed accezioni del contratto didattico, ma la definizione di riferimento rimane quella di Brousseau che lo definisce come "*l'insieme dei comportamenti dell'insegnante che sono attesi dall'allievo e l'insieme dei comportamenti dell'allievo che sono attesi dall'insegnante*"<sup>28</sup>.

---

<sup>28</sup> Guy Brousseau., Le contrat didactique : le milieu, *Recherche en didactique des mathématiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage, 1988 pag. 309.



Come detto, queste “attese”:

*“(...) non sono dovute ad accordi espliciti, imposti dalla scuola o dagli insegnanti o concordati con gli allievi, ma alla concezione della scuola, della matematica, alla ripetizione di modalità”<sup>29</sup>.*

Studi approfonditi sul **contratto didattico** hanno consentito di rivelare che gli allievi di ogni ordine scolastico hanno appunto attese particolari, schemi generali, comportamenti che nulla hanno a che vedere con la matematica ma che dipendono dal contratto didattico instauratosi in classe.

La problematica del **contratto didattico** è particolarmente rilevante nella didattica della matematica perché la natura delle prestazioni matematiche è molto varia (a volte occorre ricordare, altre volte riflettere, altre volte ancora progettare, esplorare, ecc.), e quindi la scelta del comportamento intellettuale più adatto in ogni circostanza è assai impegnativa, con il rischio inevitabile che l'allievo, soprattutto quello meno sicuro di sé, si interroghi non su “cosa conviene fare” ma su “cosa l'insegnante si aspetta che io faccia”.

L'importanza oggi riconosciuta del **contratto didattico** nell'insegnamento/apprendimento della matematica suggerisce agli insegnanti di chiedersi, prima di proporre un'attività da far svolgere ai loro allievi, cosa possono aspettarsi di dover fare, e soprattutto di prestare attenzione ai comportamenti che loro mettono in atto per individuare la possibile prevalenza di atteggiamenti del tipo “cosa devo fare per soddisfare l'insegnante”, a prescindere dal contenuto e dalla logica interna della prestazione richiesta. È anche importante che l'insegnante imposti con la massima chiarezza il rapporto contrattuale con i propri allievi, anche attraverso discussioni su cosa loro si aspettano di dover fare nelle diverse

---

<sup>29</sup> D'Amore, *didattica della matematica*, pag. 34.

circostanze e chiarimenti sulla varietà di comportamenti utili per affrontare i compiti più complessi (ricordare, applicare, esplorare, ecc.).

Il **contratto didattico** è dunque parte essenziale di una **situazione didattica**.

### *2.3. Distinzione tra situazione didattica e situazione a-didattica*

Spagnolo definisce la Situazione come:

*“l’insieme delle circostanze nelle quali si trova una persona (un gruppo, una collettività, ecc...), le relazioni che l’uniscono all’ambiente, e l’insieme dei dati che caratterizzano una azione o una evoluzione(un’azione in un certo momento)”<sup>30</sup>.*

È dunque nella Situazione che l’allievo interagisce con un ambiente (milieu) che ne determina una conoscenza. La parola Situazione serve a descrivere l’insieme delle condizioni che circondano un’azione, il modello teorico che si studia. Inoltre vi sono Situazioni dove sono necessarie acquisizioni *anteriori* delle conoscenze, in altre invece viene data all’allievo la possibilità di costruirsi una conoscenza nuova.(Brousseau Atti del convegno Palermo 2001)

Nella **Teoria delle Situazioni** Brousseau individua tre tipi di situazioni: didattiche, di apprendimento, a-didattiche.

Una situazione viene definita **didattica** quando c’è nell’insegnante l’intenzione esplicita di insegnare all’alunno un “determinato sapere”, e lui sa che in quel momento si stanno tracciando e sviluppando nozioni che fanno parte di un sapere esplicito.

Si tratta di un insieme di relazioni stabilite in modo esplicito tra l’insegnante, l’alunno (o un gruppo di alunni) ed elementi al contorno

---

<sup>30</sup> Spagnolo, *La Ricerca in Didattica delle Matematiche, un paradigma di riferimento*, 2001.

(strumenti o materiali), avendo come scopo quello di far sì che gli studenti apprendano, cioè costruiscano una certa conoscenza stabilita in precedenza. La situazione didattica è dunque specifica della conoscenza che si vuol fare raggiungere.

L'insegnante quindi struttura l'ambiente in modo adeguato, con strumenti appropriati, con lo scopo di far acquisire all'alunno alla fine dell'attività una conoscenza specifica. Tutto avviene in un ambiente dichiarato:

- ✚ l'alunno è consapevole che sta imparando e ne conosce il fine didattico, inoltre sa che l'insegnante sta insegnando;
- ✚ l'insegnante è cosciente del suo ruolo e di come la situazione si sta svolgendo.

In queste situazioni si prende in esame un sistema educativo esplicito strutturato secondo precise "regole del gioco", per esempio una situazione dove viene dichiarato esplicitamente fin dall'inizio agli utenti qual è il sapere in gioco in quel momento.

Nella **situazione didattica**, dunque, entra in gioco il **contratto didattico**:

*"è tutto così esplicito che spesso l'allievo, giunto al momento di dare risposte, non si pone domande sul contenuto, ma su che cosa l'insegnante si aspetta che egli faccia o risponda (...) ogni frazione di gesto, ogni minimo passo è accompagnato dalla ricerca del consenso"<sup>31</sup>.*

Un'altra componente posseduta dalla **situazione didattica**, oltre al succitato contratto didattico, è **la situazione a-didattica**.

La **situazione a-didattica** è:

*"la parte della situazione didattica nella quale l'intenzione dell'insegnante non è esplicita nei confronti dell'allievo. L'allievo sa che il problema propostogli è stato scelto per fargli acquisire una nuova*

---

<sup>31</sup> D'Amore, *Elementi di didattica della matematica*, 1999 pag. 84.

*conoscenza e, nello stesso tempo, deve sapere che questa conoscenza è giustificata dalla logica interna della situazione*”<sup>32</sup>.

La situazione **didattica**, quindi, evolve verso quella **a-didattica**, al cui significato Brousseau attribuisce il sinonimo di gioco, nel momento in cui l'intenzionalità educativa non è esplicitata, e perché si abbia costruzione di conoscenza diventa necessaria la rottura del **contratto**. L'insegnante deve stimolare nell'allievo la volontà di farsi carico del processo di costruzione della propria conoscenza, affinché arrivi ad *implicarsi* nelle attività che gli propone. L'intervento dell'insegnante si manifesta con la presentazione all'allievo di situazioni e compiti scelti con cura, di modo che egli possa accettarli, capirli abbastanza da avviare tentativi di risoluzione utilizzando conoscenze (e saperi) che già possiede. Grazie alle situazioni a cui partecipa l'allievo ha l'occasione di fare, di pensare, di parlare, in definitiva di evolvere spontaneamente verso un potenziale nuovo sapere.

Tra il momento in cui l'allievo accetta di affrontare il compito e il momento in cui egli produce risposte che ritiene pertinenti e delle quali si sente di assumere la responsabilità, l'insegnante non interviene, non fornisce conoscenze, non dà indicazioni su come si potrebbe risolvere il problema, ma lo sostiene, gli infonde fiducia e lo rassicura. L'allievo, infatti, deve sapere che il lavoro che sta affrontando è collegato con qualcosa di nuovo che dovrà imparare, ma deve anche sapere che la nuova conoscenza è completamente giustificata dalla logica interna della situazione che affronta e dunque non è necessario cercare altrove le risposte.

Il processo attraverso il quale l'insegnante introduce gradualmente l'allievo nella **situazione a-didattica**, prende il nome di **devoluzione**. In altre

---

<sup>32</sup> F. Spagnolo, *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*, Firenze, La Nuova Italia, 2000 pp.100-101.

parole, l'insegnante avvicina l'alunno al compito permettendogli di conoscere i materiali, capire lo svolgimento, le modalità di lavoro, la forma della risposta, le modalità di verifica, ecc.

La **devoluzione** è dunque il processo attraverso il quale l'insegnante cerca di fare assumere all'allievo l'impegno e la responsabilità di una situazione di apprendimento. Da parte sua l'insegnante accetta le conseguenze di questo transfert.

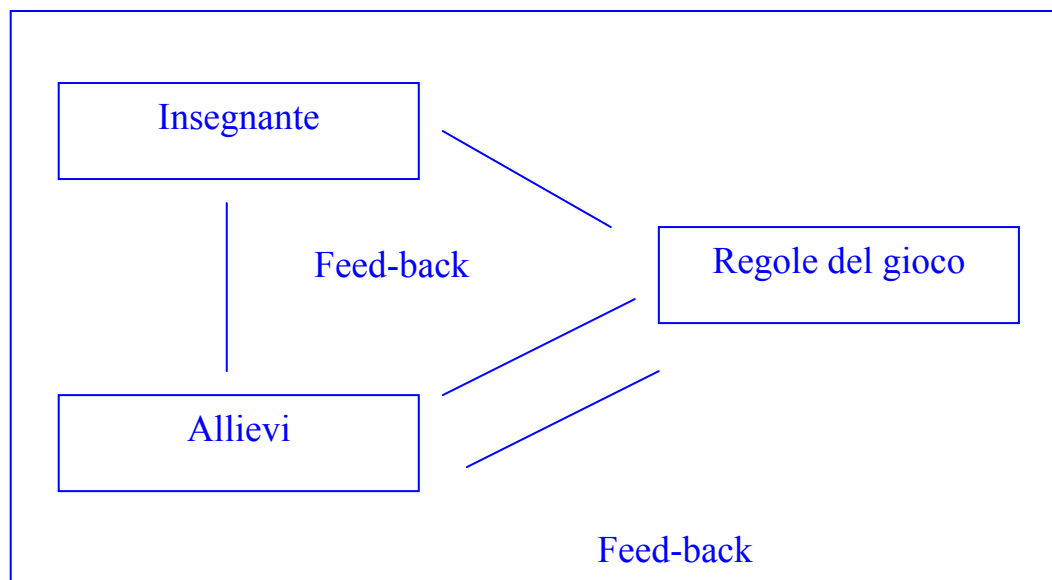
Nella prima stesura della **Teoria delle Situazioni Didattiche** le fasi in cui si suddivideva la situazione **a-didattiche** erano: **consegna, azione, formulazione** e **validazione**. In seguito la ricerca ha mostrato il ruolo essenziale dei momenti di istituzionalizzazione, e si è aggiunta una quinta fase nella quale c'è un doppio riconoscimento:

- ✚ il “riconoscimento ufficiale” del nuovo sapere da parte dell'allievo;
- ✚ il “riconoscimento” da parte dell'insegnante, dell'apprendimento avvenuto.

L'**istituzionalizzazione** è l'operazione, guidata dall'insegnante con un linguaggio alla portata degli studenti, attraverso cui i saperi ricevono una formulazione chiara e semplice. Entrano così nel repertorio di “cose da sapere” e da utilizzare come strumenti matematici per affrontare situazioni problema nuove.

## 2. 3.1. Schema di una situazione a-didattica

### Prima fase: la consegna



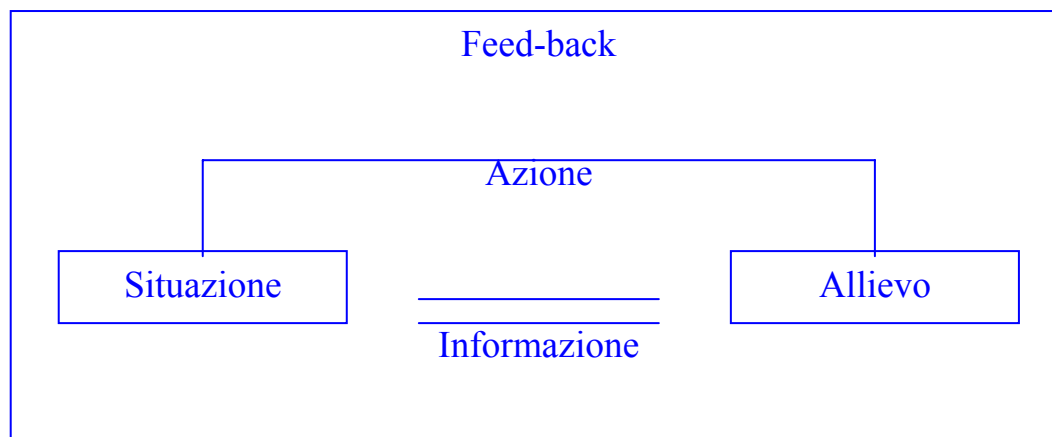
In questa prima fase l'insegnante specifica il compito con cui l'allievo (o gli allievi) si deve confrontare.

Trattandosi di un gioco, l'insegnante per rendere le regole più chiare, può decidere di giocare con un allievo o concedere a due allievi di ripetere l'attività. La dimostrazione pratica fatta dall'insegnante è importante, perché riduce l'ambiguità del linguaggio verbale.

L'allievo pensando di poter risolvere il compito, accetta di *implicarsi*, e usa un modello (un'intuizione, un'idea, una conoscenza) che gli sembra adeguato. Le strategie utilizzate dall'allievo riguardano le conoscenze che egli reputa indispensabili alla risoluzione della situazione problema. La sua azione nella situazione si rivela però inefficace, è la situazione stessa (feed-back) che lo informa. L'allievo ne prende atto e cambia, tenta una nuova strategia. Grazie alla retroazione (feed-back) l'allievo ha la possibilità di ripercorrere la situazione stessa per aggiustare o per rigettare l'azione, di scegliere tra più soluzioni la migliore. La retroazione dunque permette

all'allievo di valutare la propria azione, e all'insegnante di verificare il processo di retroazione attivato dall'alunno.

### **Seconda fase: la situazione di azione**



La seconda fase vede l'allievo immerso nella situazione problema, totalmente assorbito dal compito e dalla ricerca di una soluzione, formula ipotesi e adotta strategie. L'allievo adotta strategie rifiutando istintivamente o razionalmente le precedenti, e le mette alla prova in nuove esperienze. Ogni nuova strategia adottata dunque sarà accettata o rifiutata a secondo del giudizio che l'allievo si forma sulla sua efficacia.

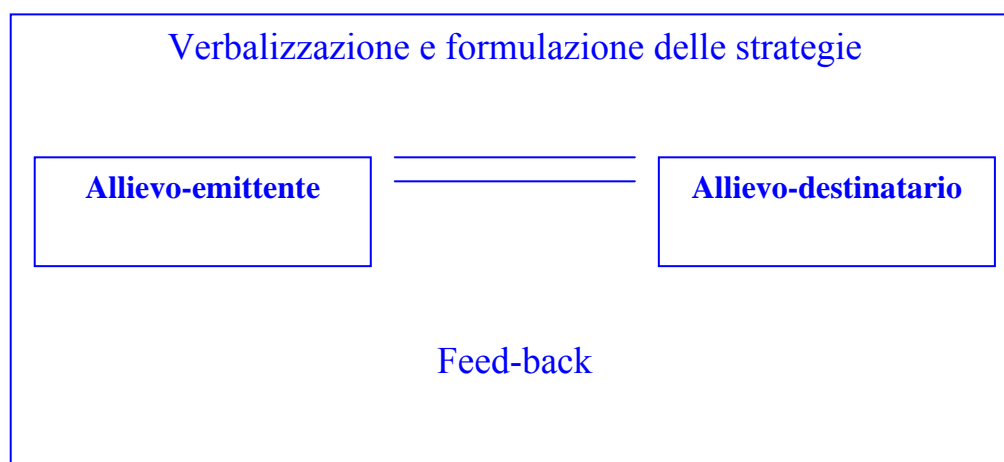
Per cui possiamo affermare che la situazione d'azione costituisce il processo mediante il quale l'allievo, perviene alla costruzione di strategie, ossia apprende un metodo per poter risolvere la situazione problema in cui ha accettato di *implicarsi*.

Questi scambi tra l'allievo e l'ambiente del compito, (che comprende altri compagni, la situazione problematica, l'insegnante) formano la *Dialettica della situazione d'azione*. L'allievo tramite il *dialogo* con la situazione si costruisce un *modello implicito*, ossia un insieme di relazioni e di regole secondo cui prende le sue decisioni senza averne coscienza e quindi senza formularle. In questa fase quindi non è presente la formulazione, l'allievo si

costruisce un modello implicito che coincide con il “saper fare” insegnato ma non interiorizzato. I modelli impliciti costruiti dall’allievo anche se sono errati giustificano in ogni modo il “saper fare” acquisito.

L’insegnante in questa fase sostiene l’allievo senza dare alcuna informazione che lo possa aiutare a risolvere la situazione problema, osserva gli avvenimenti, condivide il piacere o la delusione per il risultato dell’azione. Valorizza in ogni caso il tentativo, perché l’errore è inevitabile e nello stesso tempo utile.

### **Terza fase: la situazione di formulazione**



Nella situazione di formulazione l’allievo oltre ad agire sulla situazione, deve rendere noto agli altri le sue scoperte, il suo modo per risolvere il compito, verbalizzare le sue strategie, argomentarle e difenderle, insomma le rende pubbliche, disponibili agli altri allievi implicati nella situazione perché le possano fare proprie. In questa fase dunque non basta possedere un modello implicito, ma bisogna comunicarlo per convincere gli altri, quindi nascono discussioni spontanee sulla validità e sulle diverse strategie proposte. Le discussioni pertanto rappresentano i mezzi d’azione, i mezzi di convincimento, perciò l’allievo gradualmente, si rende conto della necessità di dover elaborare un linguaggio comprensibile a tutti, poiché è



mediante lo scambio comunicativo con gli altri che si giunge alla formulazione della strategia, processo questo che prende il nome di *dialettica della formulazione*. In ogni momento del succitato processo quindi il linguaggio è messo alla prova, poiché deve rivelarsi utile ed efficace e rendere possibile la comprensione sia delle azioni che dei modelli d'azione.

Come nella situazione precedente, l'insegnante è presente, gestisce gli scambi, osserva il lavoro dei suoi allievi, ne prende atto e al termine pone alcune domande, dà la parola per reazioni "a caldo", rilancia, ricorda per tutti.

#### **Quarta fase: la situazione di validazione**

Nello svolgimento delle attività proposte in questa fase, gli allievi si trovano in situazioni tali da dover esplicitare le strategie, i modelli, le proposizioni (teoremi) utilizzati, e dare una spiegazione delle stesse, questa operazione prende il nome di validazione. Una nuova conoscenza passa così anche attraverso i momenti di validazione: alcuni allievi propongono una nuova strategia risolutiva argomentando a suo favore, il restante gruppo che riveste il ruolo di oppositore, può accettarla, richiedere ulteriori argomenti, oppure, contro argomentala. È dunque all'interno del gruppo, in cui gli allievi si trovano in situazione di parità, che vengono discusse sia le strategie da adottare che quelle da rifiutare. A volte i loro ragionamenti sono errati, accolgono teorie sbagliate, accettano prove insufficienti. È la situazione d'azione stessa, come succede nelle altre fasi, che porta gli allievi a scoprire l'errore, li conduce a rivedere i loro ragionamenti ed a riformulare modelli corretti. Questo modo di procedere è definito *dialettica della validazione*.

Quando le ipotesi vengono accettate da tutti diventano teoremi. Non basta enunciare o formulare un'ipotesi perché essa diventi un teorema: è necessario argomentare, provare, dimostrare. Enunciare una proposizione (teorema), non significa comunicare un'informazione, ma essere pronto ad affermare che quello che si dice è vero, e si è capaci di sostenere la propria convinzione mediante dimostrazioni. Per l'allievo quindi non si tratta solo di conoscere la matematica, ma saperla utilizzare per accettare o respingere le proposizioni e ciò richiede un'attitudine alla prova. L'attitudine alla prova non è innata, è mediante le situazioni d'azione proposte che si sviluppa e si mantiene. Inoltre le situazioni d'azione favoriscono nell'allievo la scoperta. L'allievo dunque attraverso le dimostrazioni, le prove, apprende il "perché" delle matematiche, vi aderisce, l'accetta in quanto nasce da una sua convinzione interna, e non è appreso solo attraverso il riferimento all'adulto.

L'apprendimento dunque si produce in modo attivo per costruzione personale e attraverso la soluzione di problemi. Inoltre, come sostiene Brousseau, il fare matematica per un allievo è prima di tutto un'attività sociale e non solo individuale. Questo è il motivo per cui la Teoria delle Situazioni è considerata una teoria di chiaro stampo costruttivista.

### *Storia della sperimentazione*

Nell'anno accademico 2003/2004 durante il corso di Didattica della Matematica, assieme alle mie colleghe abbiamo avuto la possibilità di sperimentare una situazione a-didattica incentrata sull'introduzione del sistema cardinale mediante l'uso del *problem solving* che avrebbe favorito negli alunni: il gusto della scoperta; l'attitudine al porsi problemi; la capacità di interpretare un messaggio e di ideare strategie operative, al fine di costruire sulla linea dei numeri una successione in ordine crescente, in base a regole prestabilite e associare una coppia di numeri secondo le proprietà dell'addizione.

L'esperimento didattico ha interessato una classe seconda del 47<sup>o</sup> Circolo didattico Sperone, composta da 16 alunni, ed è stato condotto nel secondo quadrimestre.

In una situazione a-didattica l'allievo si incontra direttamente con il "sapere", e l'insegnante, sebbene ne costruisca l'ambiente, lo sostiene nella soluzione senza sostituirsi a lui. L'azione dell'insegnante, in questo rapporto, deve essere diretta a stimolare ed a dirigere l'attività dell'allievo in modo che arrivi ad *implicarsi* e costruire una certa conoscenza in maniera autonoma e personale, diventando così protagonista nella costruzione del proprio sapere. Queste considerazioni generali e metodologiche ci hanno portato alla formulazione di una proposta didattica costituita da un percorso "fantastico" che avrebbe suscitato nel bambino il suo desiderio di sapere e la sua curiosità. Abbiamo pertanto creato una situazione di apprendimento che non solo fosse coinvolgente e motivante,

ma che consentisse agli allievi di focalizzare l'attenzione sui numeri e sui loro rapporti attraverso l'uso della linea dei numeri. Inoltre, gli allievi avrebbero scoperto che per costruire sulla linea dei numeri una successione in ordine crescente è importante la lettura del numero nei due sensi, collegata al significato del "più" e del "meno". Infine gli allievi, sempre utilizzando come rappresentazione grafica la linea dei numeri, avrebbero scoperto che sommando un numero pari con un numero dispari il risultato ottenuto è sempre un numero dispari e che l'addizione gode della proprietà commutativa.

Durante l'attività ludica, gli alunni, attraverso l'esperienza diretta "imparano facendo", ma perché l'attività esperienziale diventi apprendimento è necessario che imparino pure a riflettere su ciò che hanno fatto, motivo per cui abbiamo previsto di concludere l'ultima fase del percorso con il debriefing. La fase del debriefing non serve soltanto a chiudere un'esperienza in modo chiaro e piacevole per tutti, ma a costruire insieme delle riflessioni, non rappresenta dunque la fine del gioco, ma l'inizio della comprensione di quello che è successo nel gioco, è il momento in cui l'attività esperienziale diventa apprendimento e consente di fermare i concetti acquisiti. Compito dunque dell'insegnante in questa fase è quello di porre domande chiave e coordinare la discussione facendo così emergere le scoperte fatte dagli allievi. Le nuove conoscenze dell'allievo riconosciute valide dall'insegnante, entrano così ufficialmente nelle *cose da sapere*, da utilizzare come strumenti matematici per affrontare situazioni problema nuove, è il momento *dell'istituzionalizzazione del sapere* atto a "dare uno status ufficiale a conoscenze apparse durante l'attività in aula"<sup>33</sup>.

---

<sup>33</sup> B. D'Amore, *Elementi di Didattica della Matematica*, 1999 pag. 81.

### *3.1. Presentazione della situazione*

L'insegnante accoglie gli alunni all'ingresso della scuola, li conduce in terrazza e per creare il clima adatto e porre gli allievi in situazione drammatizza il racconto "fantastico" *Nel castello dei numeri*. Il protagonista della storia è il Mago Cancellino che ha rinchiuso in due torri le belle principesse del paese di Matelandia, e sfida i cavalieri che le vorrebbero liberare a risolvere un difficile enigma.



L'insegnante chiede agli alunni se desiderano accettare la sfida, avuto il loro consenso li divide in due squadre e sceglie i due capitani che fungeranno da portavoce. Per distinguere le squadre fa indossare ai capitani l'armatura e consegna loro il lasciapassare, una pergamena in cui sono scritte le regole del gioco, per entrare a Matelandia.



L'insegnante in seguito saluta gli alunni, e vestiti i panni di Mago Cancellino li aspetta davanti alla porta della classe. Le due squadre accompagnate dall'insegnante Anna, raggiungono il Mago, mostrano il lasciapassare ed entrano nel paese di Matelandia.

**In aula ogni squadra troverà predisposti su due tavoli:**

**una torre**



## sei scatole numerate (da 1 a 6)



## 6 chiavi colorate



**4 cartoncini gnomo +1 e -1**



**1 cartoncino folletto rappresentante il segno +**



**un foglio protocollo a quadri.**



### 3.2. Descrizione delle consegne per gli alunni

L'insegnante, nelle vesti del Mago Cancellino, legge alle due squadre le regole del gioco contenute nel lasciapassare.

## Nel dei numeri.

Pregiatissimi cavalieri se le principesse volete liberare due prove dovete superare.

### **Prima prove.**

Ricostruire la scala facile sarà se tra i gradini, numerati da 1 a 6, che avete a disposizione, scoprir saprete qual è l'incantesimo escogitato dal Mago Cancellino per impedirvi di raggiungere la torre.

Solo collocando per primi i due gradini "incantati" potete ricostruire la scala. Sicuramente vi starete chiedendo: " Ma come faremo a scoprire quali sono i gradini incantati? "

Ad aiutarvi in questa difficile

I giocatori divisi in 2 squadre, per liberare la principessa devono superare due prove:

- 🧩 scoprire i gradini “*incantati*” con l’aiuto dei cartoncini gnomo +1, -1 e costruire la scala che serve per raggiungere la torre;
- 🧩 trovare, aiutati dal folletto +, le due chiavi che aprono la serratura.

Ogni squadra ha a disposizione 8 minuti per poter confrontare le ipotesi pensate dai propri componenti e scegliere tra quelle possibili la migliore. In seguito i due gruppi comunicano al Mago Cancellino i numeri, costruiscono la scala e ne motivano la scelta.

Il Mago Cancellino, sentite le argomentazioni della prima squadra e le obiezioni della seconda e viceversa, interviene e butta giù la scala ogni qualvolta la sequenza numerica usata dalle squadre non è corretta.

Supera la prima prova la squadra che, in 15 minuti, per prima riesce a trovare i gradini “*incantati*”, costruisce correttamente la sequenza numerica e conquista 5 punti.

Nella seconda prova i giocatori, hanno a disposizione 6 chiavi (numerate da 1 a 6), e con l’aiuto del folletto +, in 15 minuti, devono trovare le chiavi per aprire la serratura. Vince la squadra che per prima riesce a trovare la combinazione esatta, motivandola con una spiegazione valida.

### ***3.3. Ruolo dell’insegnante***

L’insegnante favorirà la costruzione della conoscenza nei propri alunni attraverso il *problem solving*, dando loro la possibilità di approfondire ed estendere quello che già conoscono e di conseguenza stimolare in loro un ulteriore apprendimento.

Mettendo in scena una buona situazione problematica l’insegnante renderà possibile la *devoluzione*.

All'interno del gioco, quindi, il ruolo dell'insegnante è fondamentale per avviare alla riflessione i giocatori. Ogni volta che gli alunni elaborano un'ipotesi che non porta alla soluzione, perché influenzati dalla presenza degli ostacoli, l'insegnante annulla le operazioni pensate dai giocatori, cancellandole (butta giù le scatole numerate quando non presentano la sequenza corretta), al fine di promuovere la scoperta della logica interna al gioco e di sollecitare il superamento degli ostacoli per ricercare strategie migliori.

Riassumendo possiamo concludere che compiti specifici dell'insegnante perché si attui la devoluzione sono:

- ✚ non scoraggiare lo spirito di ricerca degli alunni fornendo la soluzione prima che ci arrivino vicini da soli;
- ✚ non dare risposte prima che si pongano da soli le domande;
- ✚ eventualmente lasciare che commettano ed esprimano errori e si convincano che la strada intrapresa non è produttiva.

Per concludere, possiamo dire che l'intervento dell'insegnante si manifesta con la presentazione all'allievo di situazioni e compiti scelti con molta cura. Scelti in modo che l'allievo possa assumerli, capirli abbastanza per avviare tentativi di risoluzione utilizzando conoscenze (e saperi) che già possiede. Grazie alle situazioni a cui partecipa l'allievo ha l'occasione di fare, di pensare, di parlare, in definitiva di evolvere spontaneamente verso un potenziale nuovo sapere.

### *3.4. Descrizione delle fasi del gioco*

#### **Prima prova: "Posiziona i gradini"**

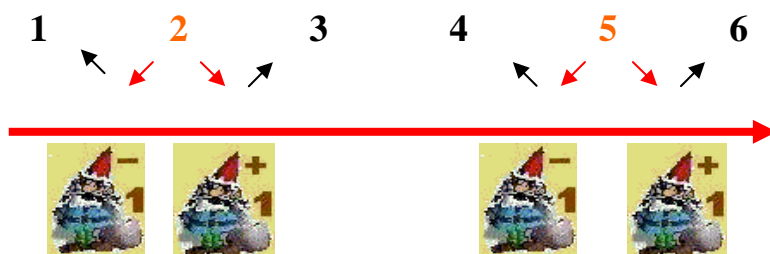
Si dividono gli alunni in due squadre, formate da un massimo di 8 componenti ciascuna. Le squadre contemporaneamente prendono in consegna il materiale. Ogni squadra avrà a disposizione 5 minuti per disegnare sul proprio foglio a quadri la linea dei numeri e formulare una propria ipotesi utilizzando gli operatori +1 e -1. Il gruppo confronterà le proprie congetture, valutando l'ipotesi che reputa appropriata alla situazione e costruisce la scala, utilizzando le scatole numerate e posizionando i cartoncini gnomo +1 e -1.

Il Mago Cancellino attraverso domande-stimolo invita le due squadre a riflettere sulle strategie adottate.

**Primo momento di confronto:** i portavoce di ogni squadra dovranno affermare una proposizione, che verrà rifiutata o accettata dalla squadra avversaria con appropriate motivazioni. Il Mago Cancellino penalizza la squadra che non ha scoperto la soluzione, cancellando la sequenza costruita, mentre nel caso in cui la strategia risultasse vincente assegna 5 punti e concede di procedere nel gioco alla fase successiva.

**Secondo momento di confronto:** si procede a una seconda manche di gioco. I giocatori procedono come nella fase precedente fino a quando, scartando le varie ipotesi, arrivano alla soluzione corretta che viene accettata dalla squadra avversaria e convalidata dal Mago Cancellino.

## Soluzione



I gradini “*incantati*” sono 2 e 5: ponendo alla loro sinistra gli operatori  $-1$  e alla loro destra gli operatori  $+1$ , i giocatori inseriscono automaticamente gli altri gradini nella giusta posizione.

### Seconda prova: “Trova la combinazione”

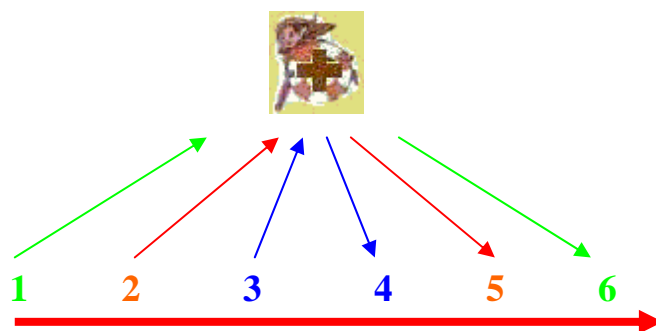
Superata la prima parte del gioco si procede alla seconda prova.

Ogni squadra, come nella precedente prova, avrà a disposizione 5 minuti per rappresentare sul proprio foglio a quadri la linea dei numeri da 1 a 6 e utilizzando il folletto-segno  $+$ , decidere qual è la coppia di numeri, cioè la combinazione che apre la serratura, e motivarne la scelta.

Ogni squadra confronterà le proprie congetture e sceglierà una soluzione, motivando la scelta dei numeri. Il Mago Cancellino attraverso domande-stimolo inviterà le due squadre se le argomentazioni non sono pertinenti a riflettere sulle loro scelte.

**Momento di confronto:** i portavoce di ogni squadra proporranno una addizione, che verrà rifiutata o accettata dalla squadra avversaria con appropriate argomentazioni. Il Mago Cancellino impedisce alla squadra, che scopre la combinazione ma non ne motiva adeguatamente la scelta, di aprire la serratura e liberare la principessa. Proclama vincitrice la squadra che trova la combinazione esatta ed è in grado di motivarne la scelta.

## Soluzione



La combinazione che apre la serratura della porta, è formata da una coppia di numeri che dà come somma 7. Il sette è un numero dispari e si ottiene sommando un numero pari con un numero dispari. Seguendo la linea dei numeri si possono dunque individuare le coppie che formano il 7 partendo dai numeri posti all'estremità, ad esempio (1,6), fino ad arrivare a quelli centrali, ma anche partire dai numeri posti al centro (3,4) per arrivare all'estremità.

Inoltre per la proprietà commutativa di cui gode l'addizione, il risultato rimane invariato sia che si parta da sinistra verso destra (1,6) che da destra verso sinistra (6,1).

### ***3.5. Analisi a-priori della situazione a-didattica***

L'analisi a-priori "*dei comportamenti ipotizzabili dell'allievo nei confronti della situazione/problema*" ci ha consentito di definire gli obiettivi dell'intervento didattico, stabilire le competenze necessarie che gli allievi avrebbero dovuto avere per raggiungerli, e i contenuti attraverso i quali avremmo dovuto muoverci.

L'analisi a-priori dunque c'è stata di supporto nelle decisioni da prendere, permettendoci di anticipare certe reazioni degli allievi e quindi di orientare le nostre scelte.

Le nostre ipotesi sono state orientate verso:

1. i percorsi, le strategie, i ragionamenti, le procedure, le soluzioni che l'allievo può mettere in opera nella situazione/problema che gli viene proposta tenuto conto delle sue conoscenze presupposte (può lanciarsi a risolvere questo problema? Ha dei criteri per sapere se ha risolto bene o no?)
2. le difficoltà che può incontrare e gli errori che può commettere: in particolare, la situazione permette all'allievo di impiegare le sue concezioni errate?

Nella prima parte del gioco ipotizziamo che i bambini procedano per tentativi. I giocatori dovrebbero avere la possibilità di valutare o scartare diverse ipotesi, tra queste potrebbe succedere che nessuna sia esatta, mentre le ipotesi scartate dal Mago Cancellino, perché errate, potrebbero risultare utili al fine di individuare una possibile strategia vincente.

Dai vari tentativi le squadre si renderanno conto che per trovare la soluzione, tra le varie indicazioni ricevute dal Mago Cancellino, sarà fondamentale tenere presente che i numeri segreti sono due e che è necessario utilizzare gli operatori  $- 1$  e  $+ 1$ , in seguito tenteranno di stabilire quale sia la coppia vincente con una valida motivazione.

## COMPORAMENTI ATTESI DAGLI ALLIEVI

Ipotesi 1	La squadra procede per tentativi
Ipotesi 2	La squadra si basa sulla casualità
Ipotesi 3	La squadra dà la risposta esatta senza motivazione
Ipotesi 4	La squadra dà la risposta sbagliata senza motivazione
Ipotesi 5	La squadra procede per approssimazione seguendo un criterio
Ipotesi 6	La squadra dà la risposta esatta con motivazione
Ipotesi 7	La squadra dà la risposta sbagliata con motivazione
Ipotesi 8	La squadra non dà alcuna risposta
Ipotesi 9	I componenti della squadra non riescono a trovare un accordo rispetto alla risposta da dare
Ipotesi 10	La squadra dà una prima risposta errata che rettifica immediatamente

Oltre alle ipotesi sui comportamenti attesi degli allievi, abbiamo anche cercato di ipotizzare una simulazione del gioco.

### **I situazione simulata: “Posiziona i gradini”**

Probabili risposte attese.

SOLUZIONI PROPOSTE		respinte	accettata
Squadra A	Squadra B		
Propone 3 – 4 (Ipotesi 2)	Oppone 5 – 3 (Ipotesi 1)	Per entrambi le squadre	
Propone 2 – 6 (Ipotesi 7)	Oppone 1 – 4 (Ipotesi 4)	Per entrambi le squadre	
Propone 2 - 5 (Ipotesi 6)	Oppone 3 – 6 (Ipotesi 7)	Per la squadra B	Per la squadra A



## II situazione simulata: “Trova la combinazione”

Probabili risposte attese.

SOLUZIONI PROPOSTE		respinte	accettata
Squadra A	Squadra B		
Propone 1 + 2 (Ipotesi 2)	Oppone 6 + 3 (Ipotesi 1)	Per entrambi le squadre	
Propone 4 + 5 (Ipotesi 10) Rettifica 4 + 3	Oppone 1 + 6 (Ipotesi 7)	squadra A rettifica	Per entrambi le squadre

Le seguenti tabelle riassumono le soluzioni proposte dalle due squadre in fase sperimentale.

## I situazione sperimentata: “Posiziona i gradini”

SOLUZIONI PROPOSTE		Respinte	accettate
Squadra rossa	Squadra gialla		
Propone 1 – 2	Oppone 1 – 6	Per entrambi le squadre	
Propone 2 – 4	Oppone 3 – 5	Per entrambi le squadre	
Propone 1 – 4 Rettifica 2 - 5	Propone 2 - 5	La squadra rossa cambia la sua scelta a favore della squadra concorrente	Per entrambi le squadre

## II situazione sperimentata: “Trova la combinazione”

SOLUZIONI PROPOSTE		respinte	accettate
Squadra rossa	Squadra gialla		
Propone 1 + 6	Propone 7 Senza motivare		Per la squadra rossa
	Propone 3 + 4		Per la squadra gialla
	Propone 1 + 6		Per la squadra gialla

Le strategie che sono emerse dagli alunni si possono raggruppare nei seguenti punti:

- ✚ procedono per tentativi ed errori e verbalizzano le loro ipotesi;
- ✚ procedono per approssimazione e verbalizzano le loro ipotesi;
- ✚ chiedono chiarimenti;
- ✚ applicano strategie personali, le mettono in atto, ma non le verbalizzano;
- ✚ recuperano nozioni di calcolo aritmetico e le verbalizzano.

### *3.6. Osservazioni conclusive*

Il gioco proposto ha riscontrato il favore dei bambini, che hanno sperimentato concretamente l'apprendimento per scoperta attraverso l'azione diretta. Gli alunni sono stati molto attratti dal materiale proposto, che hanno cominciato subito ad osservare ed a manipolare, cercando di comprendere in quale maniera poteva essere utilizzato. La curiosità,

opportunamente stimolata dall'insegnante, è stata la spinta che ha favorito l'azione e di conseguenza l'apprendimento ed il consolidamento dei concetti matematici che ci eravamo proposti. In tal modo le due squadre si sono attivate e quasi tutti i bambini hanno partecipato attivamente dando un loro contributo individuale.

L'errore è stato vissuto come elemento di riflessione e ulteriore spinta verso nuove strategie di risoluzione.

Altro elemento fondante dell'attività è stato la discussione, sia nei piccoli gruppi, ossia tra i componenti delle squadre, che nel gruppo classe, tra pari e con l'insegnante, in cui gli allievi si sono impegnati a sostenere le strategie risolutive ipotizzate giustificandole ed argomentandole.

La descrizione con le parole del linguaggio naturale di quanto si fa, del perché, di cosa si pensa, di quello che fanno e pensano gli altri, compreso l'insegnante, è stata per gli allievi lo strumento attraverso il quale potersi confrontare con i "modi di guardare" degli altri argomentando opportunamente il proprio in un processo di negoziazione.

Per l'insegnante invece è stato lo strumento che ha permesso di analizzare le risorse cognitive attivate dagli allievi.

### *Interpretazione vygotskiana in una situazione a-didattica*

Aver potuto sperimentare una situazione a-didattica mi ha offerto l'opportunità di indagare e comprendere i processi cognitivi e le strategie che gli allievi hanno messe in atto nella risoluzione della situazione problematica proposta che, come si è potuto evincere dal precedente capitolo, ha permesso agli allievi di consolidare e acquisire nuovi concetti *implicandosi* nel processo di apprendimento. Inoltre, affidando agli allievi la responsabilità della costruzione del loro sapere e favorendo la loro *implicazione*, si è potuto raggiungere l'obiettivo che ci si dovrebbe porre nel realizzare una situazione a-didattica, ovvero la *devoluzione*.

Infatti, una delle idee fondanti delle situazioni a-didattiche, è il doppio processo di devoluzione/implicazione che vede in azione prima l'insegnante sull'allievo (motivazione, affidamento del traguardo cognitivo da costruire) e poi lo studente su se stesso (volizione, accettazione, determinazione).

Lo scopo di una situazione a-didattica è pertanto la costruzione di conoscenza, ma senza l'*implicazione* personale non si ha situazione a-didattica, quindi l'ambiente nel quale avvengono i processi di insegnamento/apprendimento deve essere conforme al sapere che l'allievo deve raggiungere, coltivarne l'autostima e il senso di efficacia personale, indispensabili per farsi carico della costruzione di conoscenza.

Ma quando l'alunno si *implica* personalmente nel processo di apprendimento?

Penso che gli studi di Vygotskij sullo sviluppo individuale ci aiutino a comprendere che l'allievo accetta di *implicarsi* personalmente quando l'attività di problem solving è concepita nella *zona di sviluppo prossimale*, e può operare al *livello del suo sviluppo potenziale* con il suggerimento dell'insegnante o del compagno più competente.

Dunque una situazione a-didattica è efficace nel processo di apprendimento quando l'azione di mediazione dell'insegnante stimola l'allievo oltre il *livello di sviluppo effettivo*, limitando l'attività cognitiva alla *zona di sviluppo prossimale* dove è effettivamente possibile costruire la conoscenza.

Attraverso il concetto di *zona di sviluppo prossimale* Vygotskij giunge alla definizione di un ambiente di apprendimento che non comprende soltanto gli allievi e il materiale didattico, ma anche il materiale didattico e la comunicazione.

I lavori di Vygotskij suggeriscono dunque che gli ambienti di apprendimento dovrebbero comprendere una interazione guidata, consentendo agli alunni di riflettere sull'eventuale incoerenza delle loro idee pregresse e combinare le loro raffigurazioni anche grazie al linguaggio e alla comunicazione.

Per poter interpretare la situazione a-didattica sperimentata secondo l'approccio vygotkiano, mi sono avvalsa della documentazione videoregistrata della sperimentazione. Aver potuto riascoltare e rivedere la situazione a-didattica mediante la videoregistrazione, mi ha offerto l'opportunità, analizzandone le singole sequenze, di capire il percorso degli alunni e l'importante ruolo di mediatore che l'insegnante svolge mentre essi condividono, attraverso l'interazione sociale, conoscenze e significati.

La situazione-problema proposta si è sviluppata lungo un percorso “fantastico” al fine di stimolare la curiosità degli alunni, il desiderio di scoperta e di conoscenza.

In un primo momento, dunque, l’insegnante accoglie i bambini all’ingresso della scuola e invece di farli entrare in classe li conduce in terrazza, li invita a disporsi in cerchio e inizia a raccontare l’avventura accadutale il giorno prima.

**Maestra:** << *Dovete sapere che ieri sono andata in un paese molto, molto lontano da qui, che si trova sulle montagne...>>*

**Bambini:** << *Oh bello!!* >>

**Maestra:** << *Questo paese ha un nome che forse, forse vi ricorda qualcosa. E’ il paese di “MATELANDIA”* >>

**Bambini:** << *Matelandia?* >>

**Maestra:** << *Sì, adesso vi racconto cosa mi è successo, state molto attenti perché mi serve il vostro aiuto.>>*

**Bambini:** << *Per questo siamo qui?* >>

**Maestra:** << *Certo.>>*

**Bambini:** << *Dai maestra raccontaci cosa ti è successo!* >>

**Maestra:** << *Mi trovavo in questo paese di Matelandia circondato da montagne alte e molto a...>>*

**Bambini:** << *...appuntite (rispondono in coro)* >>.

**Maestra:** << *Questo paese secondo voi si trova a valle o sulla cima?* >>

**Bambini:** << *A valle (risponde un bambino prima degli altri).* >>

**Maestra:** << *Esatto, bravo Giorgio, si trova proprio a valle e le case erano un poco strane, indovinate un po’, erano a forma di...? >>*

**Bambini:** << *Cuore..., cerchio...>>*

**Maestra:** << *Sì, erano a forma di cerchio e le finestre...>>*

**Bambini:** << *A zig zag.>>*

**Maestra:** << No.>>

**Bambini:** << A triangolo! >>

**Maestra:** << Bravi! Altre invece avevano la forma di numeri.

*Mi aggiravo, quindi, per le strette viuzze di questo strano paese quando, passando accanto ad una finestra a forma di due, udii un lamento: “Oh povera me, povera me come sono disperata, nessuno mi vuole aiutare...” Incuriosita e anche, a dir il vero, un po’ spaventata apro le imposte e...chi ti vedo? La regina di Matelandia in lacrime. Sì, proprio la regina e le domando: “Perché è tanto disperata Maestà? Posso fare qualcosa per aiutarla?”*

*Lei mi racconta la sua pena: “Devi sapere cara ragazza che in paese è arrivato Mago Cancellino, in verità non è cattivo, solo un pò burlone, ha preso le mie due figlie le ha chiuse nelle torri del castello dei numeri e...*

*A questo punto la interrompo e le chiedo: “ Non si può fare nulla per liberarle?”*

*“ Certo risponde la regina-basta risolvere l’enigma proposto da Mago Cancellino, ma finora nessuno c’è riuscito. In tanti ci hanno provato: cavalier Tre, cavalier Quattro, ecc..., ma nessuno ha trovato la soluzione.”.*

*“Non scoraggiatevi Maestà, io conosco dei bambini che ci possono aiutare a trovare la soluzione di questo rompicapo”.*

*Bambini siete disposti a liberare le principesse? >>*

**Bambini:** << Sì, sì.>>

L’insegnante divide gli alunni in due squadre e sceglie i due capitani che fungeranno da portavoce. Per distinguere le squadre fa indossare ai capitani l’armatura e consegna loro il lasciapassare per entrare a Matelandia.<sup>34</sup>

---

<sup>34</sup> Le pari sottolineate del capitolo si riferiscono all’intervento dell’adulto nella zona di sviluppo prossimale degli allievi.

( L'insegnante forma le squadre con alunni che presentano diversi livelli di abilità, di modo che i più competenti avranno il compito di aiutare i meno competenti. Come sostiene Vigostkij, lo sviluppo cognitivo è un processo sociale e la capacità di ragionare aumenta nell'interazione con i propri pari e maggiormente esperti. Lavorare in gruppo accresce le capacità di ragionamento critico. Il gruppo essendo eterogeneo, sia per i livelli cognitivi che sociali dei membri, assume una rilevanza fondamentale alla luce del concetto di "Zona di sviluppo prossimale" per il quale il passaggio dal livello di sviluppo cognitivo attuale del bambino a quello potenziale dipende dalla mediazione dell'adulto e dalla collaborazione con compagni più capaci.

Inoltre il contatto con i coetanei all'interno di un gruppo di collaborazione permette a ciascun allievo di poter operare all'interno della propria zona di sviluppo prossimale, ottenendo risultati più avanzati

Possiamo affermare dunque che il gruppo diventa attivatore delle zone di sviluppo prossimale di tutti membri. La collaborazione che si viene ad instaurare nel gruppo la si può considerare come un elemento stimolatore per lo sviluppo di determinate capacità di ragionamento perché chi apprende userà le strategie di ragionamento utilizzate durante il lavoro con i compagni anche quando si troverà ad affrontare, da solo, un problema simile. Avviene quello che Vigotskij definisce il processo di interiorizzazione.)<sup>35</sup>

**Maestra:** << *Adesso me ne vado perché il mio compito è finito, ora tocca a voi... >>*

**Bambini:** << *Ma come faremo ad arrivare a Matelandia? >>*

**Maestra:** << *E' semplice, basta pronunciare questa formula magica "VENTO, BUFERA AIUTACI AD ARRIVARE A MATELANDIAAAA", non dimenticatevi il lasciapassare.>>*

---

<sup>35</sup> Le parti del capitolo che scritte dentro parentesi e con il carattere Arial Narrow riguardano l'intervento operativo dell'insegnante.



Dopo aver pronunciato la formula magica la maestra Giusy si allontana e indossati i panni del Mago Cancellino aspetta gli alunni davanti alla porta della classe.

Gli alunni accompagnati dalla maestra Anna raggiungono il paese di Matelandia (ovvero la loro classe) dove trovano il Mago che chiede loro di farsi riconoscere, (intanto i bambini sghignazzano alla vista del buffissimo cappello da mago), gli impavidi capitani si presentano e gli fanno vedere il lasciapassare.

**Mago Cancellino:** << *Ho capito, voi siete i cavalieri che credono di poter liberare le principesse, prego accomodatevi.* >>

Il Mago apre la porta ed entrano.

**Bambini:** << *Che bello, guardate la torre del castello! ... (poi si sente solo un chiacchierio allegro e confuso).* >>

Mago Cancellino legge le regole del gioco scritte nel lasciapassare.

(L'insegnante introduce la situazione-problema.)

**Mago Cancellino:** << *Attenzione! Attenzione! Per liberare la principessa dovete superare due prove: la prima prova da superare consiste nel costruire la scala che vi permetterà di raggiungere la torre, impresa non facile ah ah ah...*

*Come avete notato i gradini sono numerati da 1 a 6, sicuramente state pensando che basta metterli in successione ed è fatta. No miei piccoli cavalieri, dovete sapere che non è così facile come sembra perché ho fatto un piccolissimo incantesimo ai gradini. I gradini "magici" possono essere collocati solo usando gli amici gnomi +1 e -1.*

*Avrete a disposizione otto minuti per confrontarvi, scegliere tra le ipotesi pensate quella che vi sembra la più adatta, costruire la scala e giustificare la vostra scelta alla squadra avversaria, che deciderà, dopo averla verificata, se rifiutare o accettare la vostra proposta.*

*Io interverrò e butterò giù la scala quando la sequenza numerica usata non è corretta.*

*Supererà la prima prova la squadra che, in 15 minuti, riesce a trovare i “numeri segreti” e costruisce correttamente la sequenza numerica.*

*Nella seconda prova dovete trovare la combinazione esatta che vi permetterà di aprire la serratura della porta. Avete a disposizione 6 chiavi (numerate da 1 a 6) ed il folletto +.*

*Vince la squadra che, in 15 minuti, riesce a trovare la combinazione esatta, motivandola con una spiegazione valida.*

*In entrambe le prove i numeri da scoprire sono due.*

*Adesso che conoscete le prove la sfida può cominciare e che vinca il migliore.*

*Prima però vi voglio dare un consiglio, in fondo un pochino buono lo sono, prendete questi fogli a quadri e disegnate la linea dei numeri vi aiuterà a costruire la giusta sequenza.* (L'insegnante introduce come primo suggerimento

la linea dei numeri. La rappresentazione grafica, inoltre, verrà usata come struttura metaforica di supporto a tutto il percorso cognitivo. È dunque un ausilio specifico che ha in sé una doppia identità, quella di strumento e segno [cfr. Vygotskij]: è uno strumento esterno, il cui utilizzo permette di “tradurre” la realtà in una forma “concreta”, che focalizza l'attenzione dell'alunno sul procedimento risolutivo, e così diventa segno perché permette l'interiorizzazione e la riutilizzazione di un significato, agisce sulla mente. In che senso agisce nella nostra mente?

Come sostiene K. Devlin *“Gli esperimenti di confronto numerico e altre indagini indicano che abbiamo una sorta di <<linea mentale dei numeri>>, lungo la quale <<vediamo>> i numeri come punti su una retta, con l'1 a sinistra, il 2 alla destra, e poi il 3, ecc.”*<sup>36</sup>

---

<sup>36</sup> Keith Devlin, *Il gene della matematica*, Milano, Longanesi & C, 2000 pag. 75

La risoluzione grafica non è dunque banalmente un modo per introdurre l'argomento matematico, ma costituisce un supporto cognitivo alla generalizzazione di casi numerici ed una metafora percettiva degli aspetti strutturali degli enti astratti, permette infine un controllo concreto sul procedimento. La linea dei numeri, dunque, funge da "segno" nel senso di Vygotskij.)

Le due squadre raggiungono le rispettive postazioni, i due capitani rileggono le regole del gioco contenute nella pergamena e mentre gli altri cavalieri preparano il materiale, disegnano la linea dei numeri.

In seguito, il gruppo confronta le proprie congetture, valuta l'ipotesi che reputa più appropriata alla situazione e costruisce la scala.

## Prima prova: "Posiziona i gradini"

### Primo momento di confronto

Squadra rossa:

**Capitano:** << *Mago abbiamo scelto i numeri 1 e 2 .* >>

**Mago Cancellino:** << *Bene, adesso comunica alla squadra avversaria la scelta fatta e prova a convincerli che i "numeri magici" sono 1 e 2.* >>

**Capitano (motiva la scelta):** << *Abbiamo scelto l'uno e il due perché corrispondono ai primi due scalini.* >>

**Mago Cancellino:** << *Squadra Gialla accettate la soluzione della squadra Rossa?* >>

**Capitano della squadra gialla:** << *No perché hanno solo messo in successione i due numeri senza usare gli amici gnomo +1 e -1.* >> (Gli amici gnomo, hanno rievocato negli alunni la funzione degli operatori, il più fa andare avanti, il meno fa andare indietro.)

## Squadra gialla:

La squadra gialla sceglie come “numeri magici” l'1 e il 6. Il capitano si rivolge alla squadra rossa e ne motiva la scelta.

**Capitano:** << Per noi i gradini magici sono 1 e 6. Abbiamo scoperto che mettendo davanti al 6 lo gnomo -1 otteniamo 5, lo gnomo +1 messo dietro al 6 ci dà 7. L'altro gradino magico è 1, perché se mettiamo lo gnomo -1 alla sua sinistra ottengo 0 e lo gnomo +1 alla sua destra ottengo 2, così troviamo il primo e il secondo gradino. >>

**Mago Cancellino:** << Squadra Rossa accettate la soluzione della squadra Gialla? >>

**Capitano della squadra rossa:** << No perché se aggiungiamo lo gnomo +1 al 6 gli scalini da riordinare non sono più sei ma sette. >>

Le ipotesi degli alunni vengono trascritte dal Mago Cancellino alla lavagna. In questa prima fase del gioco gli alunni procedono per tentativi ed errori, hanno la possibilità di valutare o scartare diverse ipotesi, ma non riescono ancora ad individuare una possibile strategia risolutiva.

Mago Cancellino attraverso domande-stimolo invita le due squadre a riflettere sulle strategie adottate. (Intervento adulto per sbloccare situazione. L'insegnante interagendo con gli allievi, si rende conto che per risolvere la situazione è necessario stimolare il ragionamento fatto dalle squadre con adeguate domande stimolo.)

## Secondo momento di confronto

**Capitano dei rossi:** << Noi crediamo che i gradini “magici” sono il 2 e il 4, perché  $4-1=3$ ,  $4+1=5$ ,  $2-1=1$  e  $2+1=3$ , ottenendo così i gradini 3, 5. >>

**Mago Cancellino:** << La squadra gialla accetta questa soluzione? >>

**Capitano dei gialli:** << No, non hanno trovato i gradini 1 e 6. Secondo il nostro ragionamento, invece, sono il 3 e il 5;  $3-1=2$ ,  $3+1=4$ ,  $5-1=4$  e  $5+1=6$ , così possiamo avere i gradini 2, 4, 6. >>

**Mago Cancellino:** << Accetta la squadra rossa questa soluzione? >>

**Capitano dei rossi:** << No, perché manca il gradino numero 1.>>

Mago Cancellino agita tutto contento la sua bacchettaccia magica e demolisce le scale. (L'insegnante interviene buttando giù le scale, ma non dà la soluzione. L'errore sarà momento di riflessione da parte delle squadre.)

## Ultimo confronto tra le due squadre

La maestra / mago decide di dare un piccolo suggerimento alle squadre.

(Anche in questo caso l'insegnante reputa necessario un piccolo suggerimento per sbloccare la situazione. Invita gli alunni ad osservare le coppie di numeri scritti alla lavagna.)

**Mago Cancellino:** << Vi posso dire che uno dei due numeri scelti dalla squadra gialla (1-6/ 3-5), fa parte della coppia magica, ed anche uno dei numeri scelti dalla squadra rossa, (1-2/ 2-4) fa parte della coppia magica, a voi scoprire quali sono. >>

Le due squadre, dopo l'aiuto ricevuto dal Mago, esaminano altre ipotesi di soluzione.

**Capitano dei gialli:** << I numeri magici sono 2 e 5. Utilizzando questa coppia di numeri abbiamo potuto ricostruire la scala procedendo in questo modo: scritto il 2 sulla linea dei numeri e posizionati alla sua sinistra lo gnomo -1 e alla sua destra lo gnomo +1 abbiamo ottenuto i gradini 1 e 3. I gradini 4 e 6 li abbiamo trovati mettendo a sinistra e a destra del 5 gli gnomi -1 e +1. >>

**Mago Cancellino:** << Accettate la soluzione della squadra gialla? >>

**Capitano dei rossi:** << *No, non è giusta. Per noi è 1 e 4.* >>

**Mago Cancellino:** << *Cosa vi fa pensare che è sbagliata?* >>

**Squadra Rossa:** << *Ehm!!!* >>

**Mago Cancellino:** << *Provate anche voi a costruire la scala con 2 e 5.* >>

(La squadra rossa, che non crede sia giusta la soluzione della squadra gialla e non ne sa motivare la ragione, l'insegnante la invita a provare, quindi a trovare da sola la soluzione.)

La squadra rossa verifica la soluzione proposta dalla squadra avversaria e ne accerta la veridicità e l'accetta.

Alla squadra vincitrice il Mago assegna cinque punti.

## Seconda prova: "Trova la combinazione"

**Mago Cancellino:** << *Bene, bene siete stati molto bravi, passiamo alla seconda prova. Quale sarà la combinazione esatta che vi permetterà di aprire la serratura della porta?* >>

Il Mago distribuisce ai capitani le chiavi numerate da uno a sei ed il folletto+1.

Nel frattempo un cavaliere della squadra gialla sbircia dietro la porta della torre e legge la soluzione, così sono i primi a dare la combinazione esatta ma non riescono a giustificare la loro scelta.

**Capitano dei gialli:** << *La somma delle chiavi che ci permette di aprire la porta è sette.* >>

**Mago Cancellino:** << *La risposta è esatta ma quali sono le due chiavi che avete usato e perché proprio quelle?* >>

Il capitano dei gialli si consulta con la squadra ma non riescono a trovare una giustificazione convincente e decidono di dire la verità.

**Capitano dei gialli:** << *Veramente sappiamo che la somma è 7 perché c'è scritto dietro la porta.* >>

Il Mago penalizza la squadra togliendo loro un paio di punti.

**Mago Cancellino** (rivolto alle due squadre) : << *Visto che avete scoperto la combinazione ma non sapete giustificarla, ed io in fondo sono molto buono vi darò ancora una volta un ultimo consiglio. Posizionate le chiavi sulla linea dei numeri e riflettete.* >> (Anche in questa seconda prova la rappresentazione grafica della linea dei numeri è il suggerimento che l'insegnante reputa favorevole per la risoluzione del problema.)

## Momento di confronto

**Capitano dei rossi:** << *Mago noi abbiamo scoperto l'enigma. E' il sette perché si può ottenere sommando il primo e l'ultimo numero della linea, cioè l'1 e il 6.* >>

**Capitano dei gialli:** << *Anche il 2 e il 5 o il 3 con il 4 fanno sempre 7.* >>

Il Mago assegna la vittoria alla squadra rossa, data la sua bontà, premia entrambe le squadre distribuendo le caramelle.

### 4. 1. Osservazioni conclusive

Come si può evincere dall'interpretazione del protocollo, sopra riportato, l'insegnante interagendo con gli allievi, analizza sia il loro modo di pensare che le strategie utilizzate per risolvere la situazione-problema e ciò gli consente di decidere quanto e quale genere di sostegno deve offrire. A guidare l'iterazione tra l'insegnante e gli allievi, in modo da capire come far evolvere la sua azione durante l'attività di apprendimento, a mio avviso è stato importante chiedersi, che cosa l'alunno sta facendo, come lo sta

facendo e perché lo sta facendo in quel modo. Ciò ha consentito all'insegnante di fornire agli allievi, durante l'attività svolta, per la risoluzione della situazione-problema diversi suggerimenti quali: oggetti fisici, rappresentazioni grafiche (linea dei numeri ), suggerimenti parziali, domande-chiave che focalizzano l'attenzione su aspetti centrali per la soluzione del compito stesso. Inoltre mediante le domande-chiave, che costituiscono il motore dell'attività di discussione-riflessione, l'insegnante coordina il dibattito, suggerisce agli alunni di analizzare le diverse proposte, "indirizza" il confronto lungo l'itinerario risolutivo e sviluppa negli allievi la consapevolezza dei propri modi di pensare.

Questa esperienza ha permesso agli alunni di far emergere le loro capacità congetturali e argomentative riguardo alla situazione-problema da noi presentata. Inoltre, le verbalizzazioni più significative hanno permesso di constatare che la maggior parte degli allievi hanno raggiunto gli obiettivi che ci eravamo proposti, ossia: leggere il numero nei due sensi, collegandolo al significato del "più" e del "meno al fine di costruire una successione numerica in ordine crescente; scoprire che sommando un numero pari con uno dispari si ottiene sempre come risultato un numero dispari e che cambiando l'ordine degli addendi, per la proprietà commutativa di cui gode l'addizione, il risultato non cambia.



### Conclusione

#### 5.1. Riflessioni conclusive

La scelta metodologica sulla quale si è fondata l'esperienza didattica eseguita nell'anno accademico 2003/2004 era ispirata agli studi condotti da Guy Brousseau sulla situazione a-didattica nell'ambito del modello da lui sviluppato, noto, come ho più volte avuto modo di dire, con l'appellativo di Teoria delle Situazioni

Nel pianificare le nostre attività, come prima cosa, usando l'analisi a-priori, ci siamo chiesti se le scelte effettuate si accordassero bene con la scelte fatte nella "trasposizione del sapere" e con le caratteristiche degli allievi che avevamo di fronte.

Come ho avuto modo di illustrare nelle osservazioni conclusive del terzo capitolo, relativo alla storia della sperimentazione, osservando i comportamenti degli alunni durante le fasi di gioco, abbiamo potuto constatare come le due squadre sono riuscite ad integrarsi bene fra loro, tanto che grazie alla loro collaborazione sono riuscite a trovare delle strategie risolutive alla situazione-problema. Sicuramente, come ho avuto modo di affermare nel terzo capitolo, gli allievi si sono impegnati a sostenere le strategie risolutive, ipotizzandole, giustificandole ed argomentandole grazie alle discussioni nate sia all'interno della squadra che nel confronto con gli altri componenti della squadre avversarie, ciò ha permesso anche di confrontarsi con punti di vista diversi dai loro e ad accettare l'errore come un elemento di riflessione e un'ulteriore spinta verso nuove strategie di risoluzione.

L'apprendimento dunque si produce in modo attivo per costruzione personale e attraverso la soluzione di problemi. Inoltre, come sostiene Brousseau, il fare matematica per un allievo è prima di tutto un'attività sociale e non solo individuale.

Dunque, per favorire un processo di apprendimento è importante la condivisione sociale delle conoscenze favorita dall'insegnante nell'incoraggiare gli alunni a condividere le intuizioni e le metodologie adottate.

Ma non è proprio con Vygotskij che appare il concetto di “apprendimento collaborativo”?

E non è sempre Vygotskij che afferma che chi apprende non apprende da solo, ma lo fa in un contesto sociale?

Sono questi alcuni dei motivi per cui la Teoria delle Situazioni è considerata una teoria di chiaro stampo costruttivista.

Ma non sono i soli, così come ho dimostrato nel quarto capitolo, un altro elemento importante lega Brousseau a Vygotskij, ed è la *zona di sviluppo prossimale*. Infatti l'alunno accetta di implicarsi nel processo di apprendimento, quando la situazione-problema proposta dall'insegnante è concepita nella *zona di sviluppo prossimale*, come si può evincere dalle osservazioni conclusive del quarto capitolo.

La mia ricerca si è focalizzata soprattutto sull'insegnante poiché è suo compito cercare gli strumenti contestualizzati ed adeguati al gruppo classe, che consentano a ciascun allievo di raggiungere il proprio livello potenziale, dato che come ho più volte detto, l'insegnamento è efficace solo “*se si colloca nella zona di sviluppo potenziale di ciascun alunno, anticipandone il livello potenziale di sviluppo ed offrendo l'opportunità di*

*attivare quelle funzioni psicologiche o quelle abilità che l'alunno sta costruendo*"<sup>37</sup>.

Alla luce, delle considerazioni precedenti, io penso che l'analisi a-priori sia stata lo strumento che ci ha permesso di concepire la situazione-problema in modo che non risultasse pretenziosa, perché collocata troppo in alto rispetto alle possibilità dell'alunno, o frustrante, perché ancorata a livelli di sviluppo ampiamente superati. Pertanto, in questo quadro teorico, l'insegnamento può essere visto proprio come facilitatore all'attività di colui che impara, poiché chi insegna è efficace solo se è in grado di costruire situazione a-didattiche che correlano fra loro allievi (gruppo sociale) e disciplina (campo dei problemi).

---

<sup>37</sup> Felice Carugati - Patrizia Selleri *Psicologia dell'educazione*, Bologna, il Mulino, 2001 pag.63.

## *Bibliografia*

Brousseau Guy., *Le contrat didactique : le milieu, Recherche en didactique des mathématiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage, 1988.

Carugati Felice - Selleri Patrizia *Psicologia dell'educazione*, Bologna, il Mulino, 2001.

D'Amore Bruno, *Elementi di Didattica della Matematica*, Bologna, Pitagora, 1999.

D'Amore Bruno, *didattica della matematica*, Bologna, Pitagora, 2001.

Devlin Keith, *Il gene della matematica*, Milano, Longanesi & C, 2000.

Dixon-Krauss Lisbeth, *Vygotskij nella classe. Potenziale di sviluppo e mediazione didattica*, Gardolo-Trento, Erickson, 2000.

Ferreri M.- Spagolo F *L'apprendimento tra emozione ed ostacolo*. . Quaderni di Ricerca in Didattica GRIM Palermo n. 4, 1994.

Riotta Ferdinando, *La scuola, l'autonomia, la ricerca la scuola quale laboratorio di sviluppo professionale*, atti del convegno, IRRSAE Sicilia–Palermo 2001.

Spagnolo Filippo, *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*, Firenze, La Nuova Italia, 2000.

Spagnolo Filippo, *La Ricerca in Didattica delle Matematiche, un paradigma di riferimento*. Quaderni di Ricerca in Didattica GRIM Palermo n. 10, 2001.

Vygotskij Lev S., *Pensiero e linguaggio*, Firenze, Giunti, 1965.

Vygotskij Lev S., *The genesis of higher mental functions*. In J. V. Wertsch (a cura di), *The concept of activity in Soviet psychology*, Armonk, NY, Sharp, 1981.

Vygotskij Lev S., *Pensiero e linguaggio*, Bari, Laterza, 1990.

Vygotskij Lev S., *Pensiero e linguaggio*, Bari, Laterza, 2000.

## *Sitografia*

<http://did-asp.ti-edu.ch/~dm/ForBase/MET1/2003/met103.html>

[http://www.iprase.tn.it/old/documentazione/Pdf/Teoria\\_Vygotskij.pdf](http://www.iprase.tn.it/old/documentazione/Pdf/Teoria_Vygotskij.pdf)

<http://math.unipa.it/~grim/Quaderno4.htm>

<http://math.unipa.it/~grim/Quaderno10.htm>