

## **El Análisis Estadístico Implicativo, instrumento común de investigación en una experiencia de cooperación multidisciplinar: “Visualizar” una expresión de discontinuidad del rendimiento académico en estudiantes universitarios de Matemática y Computación usando análisis estadístico implicativo**

Larisa Zamora Matamoros<sup>1</sup>, Pilar Orús Báguena<sup>2</sup>, Jorge Díaz Silvera<sup>3</sup>

1Departamento de Matemática, Universidad de Oriente, Cuba;

2Departamento de Matemática, Universidad Jaume I, España;

3Departamento de Computación, Universidad de Oriente, Cuba

E-mail: [larisa@csd.uo.edu.cu](mailto:larisa@csd.uo.edu.cu); [orus@mat.uji.es](mailto:orus@mat.uji.es);  
[jdiaz@csd.uo.edu.cu](mailto:jdiaz@csd.uo.edu.cu)

**Resumen.** El presente trabajo tiene como objetivo revelar posibles relaciones de similaridad, implicación y cohesión entre el rendimiento académico de estudiantes provenientes de preuniversitarios que ingresan a las carreras de Matemática y Ciencia de la Computación y el rendimiento que muestran en las asignaturas de corte matemático y de Programación que reciben en el primer año de las mencionadas carreras, dando continuidad a la investigación comenzada por Zamora y Díaz, en el 2008. El rendimiento fue analizado a través del índice de ingreso a la Educación Superior, la nota del curso introductorio universitario y las notas obtenidas en el primer año de la carrera en asignaturas de corte matemático y en Programación (para computadoras). Se consideraron algunas variables suplementarias como el sexo, la carrera, la provincia de residencia del estudiante, si es estudiante externo o becado y otras, con el objetivo de determinar si estas variables podrían estar ejerciendo influencia en las relaciones que se obtuviesen.

Subject classification numbers: 97K40 Descriptive statistics; 97K80 Applied statistics

**Abstract.** The present work has the objective of revealing possible similarity, implication and cohesion relationships between the academic results of students coming from high schools that enter to Mathematics and Computer Science careers and the results that they show in undergraduate courses related to Mathematics and Programming, which they receive in the first year of the mentioned careers, giving continuity to the research begun by Zamora and Diaz in 2008. The academic results were analyzed through the average index in high school, the note of the introductory course and the notes obtained in the first year of the career in courses related to Mathematics and Computer Programming. They were

considered some supplementary variables as the sex, the career, the county of the student's residence, if it is external or granted a scholarship and others, with the objective of determining if these variables could be exercising influence in the relationships that one obtains.

**Résumé.** Le présent travail a le but de mettre en évidence de possibles relations de similarité, d'implication et de cohésion au sens de l'A.S.I. entre les performances académiques d'étudiants provenant de écoles pré-universitaires qui s'inscrivent dans les carrières de Mathématique et Informatique et celles qu'ils obtiennent dans les disciplines des branches mathématiques et de Programmation qu'ils suivent durant la première année des carrières mentionnées, dans la continuité des recherches commencées par Zamora et Díaz en 2008. Les performances ont été analysées à travers l'indice de entrée à l'Éducation Supérieure, la note d'un cours introductif universitaire et les notes obtenues pendant la première année du parcours dans des matières des branches mathématiques et en Programmation informatique. Nous avons considéré quelques variables en variables supplémentaires comme le sexe, la carrière, la province de résidence de l'étudiant, s'il s'agit d'étudiant externe ou s'il demeure dans des résidences universitaires loin de chez eux, et d'autres, dans le but de déterminer si ces variables pouvaient avoir une influence dans les relations obtenues.

## 1. Introducción

Año tras año nos enfrentamos a una contradicción entre los resultados que alcanzan los estudiantes en la Enseñanza Media Superior (enseñanza preuniversitaria) y la realidad que muestran cuando se inician en la Universidad, las cuales se pusieron en evidencia en un estudio similar realizado por Zamora y Díaz en el 2008, a partir de una muestra de estudiantes de nuevo ingreso en el curso 2007-2008 en la Facultad de Matemática y Computación de la Universidad de Oriente. La contradicción antes mencionada es revelada por el hecho de que estudiantes con excelentes resultados académicos en la enseñanza preuniversitaria tienen malos resultados en las asignaturas básicas que cursan en el primer año de las carreras de Matemática y Computación.

A partir de un análisis más amplio de una muestra de estudiantes de nuevo ingreso en el curso 2008-2009 de la propia facultad, pretendemos mostrar que aún persiste dicha contradicción, aunque se experimenta un cambio positivo en cuanto a la calidad del ingreso.

La contradicción antes mencionada se manifiesta a través de las siguientes peculiaridades: los estudiantes tienen buenas calificaciones en Matemática en la Enseñanza Media Superior (EMS) e ingresan a la universidad con un índice alto, 93.84 puntos como promedio en el curso 2007-08; sin embargo, sus calificaciones

en las asignaturas de corte matemático y de programación evidencian todo lo contrario. En el curso 2008-09 se manifiesta el mismo contraste de esos promedios, aunque en menor cuantía (índice de ingreso a la educación superior de 96.27 y nota del curso introductorio, que se imparte en el primer mes de sus carreras universitarias, de 72.5).

Ante esta situación el profesor que imparte las asignaturas matemáticas y de programación se encuentra con el hecho de que debe enseñar un conjunto de materias que requiere para su comprensión de conocimientos previos que el alumno debió haber aprendido en la enseñanza precedente en los que no ha adquirido una actitud de madurez matemática.

Diferentes investigadores caracterizaron esta problemática, como un problema de discontinuidades didácticas que se producen en el paso de la Enseñanza Media y Media Superior a la Universidad, enfocado a las discontinuidades entre instituciones y la diferencia de contrato didáctico; bajo el marco teórico de las organizaciones matemáticas, como en (Chevallard, 1999), (Fonseca, 2004), (Gascón, 2004), (Bosch, 2004) y otros. En los trabajos de investigación se han mostrado discontinuidades didácticas entre la Universidad y la enseñanza precedente y su efecto en el rendimiento de los alumnos.

Como un primer intento de paliar esta discontinuidad se decidió, a partir del curso 2006-07, impartir un *curso introductorio* en ambas carreras de la facultad, lo que ha contribuido a elevar la preparación de los estudiantes en temas básicos de la matemática correspondientes a la enseñanza media superior, como son: geometría y trigonometría, álgebra, fundamentos del cálculo, así como computación básica, algoritmos, el método aprender a aprender e introducción a la especialidad y la vida universitaria. Los cursos se han desarrollado satisfactoriamente, ayudando a nivelar en alguna medida los conocimientos del área de Matemática de la enseñanza precedente y a elevar la motivación por la carrera de Matemática fundamentalmente. Al finalizar el curso se realiza un examen diagnóstico, en el que aprueba un porcentaje ligeramente mayor, respecto al examen de entrada.

El presente trabajo de investigación pretende revelar posibles relaciones de similaridad, implicación y cohesión entre el rendimiento académico de los estudiantes del preuniversitario que ingresan a las carreras de Matemática y Ciencia de la Computación y el rendimiento que muestran en las asignaturas de corte matemático y de Programación que reciben en el primer año.

## **2. Datos y metodología**

Los datos para realizar la investigación fueron tomados de los registros de 59 estudiantes, de un total de 72 nuevos ingresos de las carreras de Ciencia de la Computación y Matemática correspondientes al curso 2008-09, ubicados en la secretaría docente de la facultad. Las variables objeto de estudio fueron: el índice de ingreso a la Educación Superior (II), la nota del curso introductorio (NCI) y las notas obtenidas en el 1er año de la carrera en Análisis Matemático I (AM\_I), Álgebra I y II (Alg\_I, Alg\_II respectivamente), Programación (Prog) y Geometría (Geo).

En un estudio similar, realizado por Zamora y Díaz en el 2008 (Zamora y Díaz, 2008), fueron consideradas además de estas variables: el promedio de notas de Matemática del preuniversitario, las notas de Análisis Matemático II y Lógica. En el presente trabajo dichas variables no fueron tenidas en cuenta debido a que el promedio de notas de Matemática del preuniversitario fue muy similar al índice de ingreso, la asignatura de Análisis Matemático II, por un cambio de plan de estudios en Ciencia de la Computación, ya no se imparte en el primer año de la carrera y Lógica no es recibida por los estudiantes de Matemática.

Se consideraron algunas variables suplementarias como el sexo, la carrera, la provincia de residencia o si es estudiante externo o becado (vive lejos del ambiente familiar), con el objetivo de determinar si estas variables podrían estar ejerciendo influencia en las relaciones que se obtuviesen.

La metodología empleada se basó en realizar un análisis estadístico con las notas de los estudiantes en las asignaturas antes mencionadas, el cual consistió en primer lugar, en un estudio descriptivo de las variables consideradas empleando el EXCEL y en segundo lugar, en la aplicación del Análisis Estadístico Implicativo (AEI) empleando el programa informático CHIC (Classification Hiérarchique Implicative et Cohésitive).

### *2.1. Estudio descriptivo de las variables*

En la tabla 1 se muestran la media y la desviación estándar de cada una de las variables principales consideradas en la investigación, para ambos cursos. En dicha tabla se observa un cambio brusco entre los resultados obtenidos por los estudiantes en la Enseñanza Media Superior (II y PMP) y el alcanzado en el examen de matemática realizado al culminar el curso introductorio (NCI) en el curso 2007-08 y en menor cuantía, en el curso 2008-09, comparando II con el curso introductoria. Por otro lado, en las notas de las asignaturas estudiadas en el primer

año de las carreras se observa un avance en el curso 2008-09 con respecto a las obtenidas en el curso 2007-08 y todas se encuentran más próximas a la media obtenida en el curso introductorio, lo cual es lógico debido al trabajo desarrollado por los profesores y estudiantes en el transcurso del curso; sin embargo, dichas notas se mantienen muy alejadas de los resultados promedios que muestran los estudiantes en la Enseñanza Media Superior.

**Tabla 1** : Media y desviación estándar de las calificaciones.

	<b>Curso 2007-08</b>		<b>Curso 2008-09</b>	
	<b>Media</b>	<b>Desviación Estándar</b>	<b>Media</b>	<b>Desviación Estándar</b>
	47.60		72.50	
NCI	(2.38)	1.87	(3.62)	0.90
<b>II</b>	<b>93.84</b>	<b>5.36</b>	<b>96.27</b>	<b>2.81</b>
<b>PMP</b>	<b>97.56</b>	<b>3.21</b>		
AM_I	3.26	1.02	3.75	0.92
AM_II	3.06	0.87		
Alg_I	3.47	1.02	3.98	0.86
Alg_II	3.26	0.99	3.51	0.93
Prog	3.20	1.19	3.78	1.00
L_G	3.94	0.97		
Geo			3.96	0.93

En dicha tabla se han usado dos esquemas de calificación, uno con nota máxima 100 y otro con nota máxima 5, que cualitativamente se expresan de la forma siguiente, para una nota dada x:

- Excelente:  $x > 95$  ó de  $4.5 \leq x \leq 5$ ;
- Bien:  $90 < x \leq 95$  ó de  $4 \leq x < 4.5$ ;
- Regular:  $60 \leq x \leq 90$  ó de  $3 \leq x < 4$ ;
- Mal:  $x < 60$  ó  $x \leq 2$ .

Aclaremos que en la educación superior cubana lo usual es un esquema de calificación en base a 5 puntos, con los niveles de notas 2 (desaprobado), 3 (aprobado), 4 (bien) y 5 (excelente).

Para los datos del curso 07-08, el cálculo de la matriz de correlaciones muestra que todas las calificaciones están correlacionadas y de forma positiva, con un nivel de significación del 1% o del 5%, como se muestra en la tabla 2a, sin embargo, dicho comportamiento no se mantiene para los datos del curso 08-09 como se muestra en la tabla 2b.

**Tabla 2a:** Correlaciones entre las calificaciones de las asignaturas, curso 2007-08.

	NCI	II	PMP	AM_I	AM_II	ALG_I	ALG_II	PROG	L_G
NCI	1.00	.478(**)	<u>.298(*)</u>	.523(**)	.489(**)	.487(**)	.435(**)	.466(**)	.487(**)
II		1.000	.455(**)	.592(**)	.528(**)	.623(**)	.655(**)	.609(**)	.534(**)
PMP			1.000	<u>.338(*)</u>	.372(**)	.384(**)	<u>.351(*)</u>	.496(**)	<u>.325(*)</u>
AM_I				1.000	.777(**)	<u>.820(**)</u>	.774(**)	.764(**)	.632(**)
AM_II					1.000	.712(**)	.746(**)	.667(**)	.571(**)
ALG_I						1.000	<u>.817(**)</u>	.776(**)	.620(**)
ALG_II							1.000	.780(**)	.754(**)
PROG								1.000	.718(**)
L_G									1.000

\*\* Correlación significativa al 0.01 nivel (bilateral).

\* Correlación significativa al 0.05 nivel (bilateral).

**Tabla 2b :** Correlaciones entre las calificaciones de las asignaturas, curso 2008-09.

	II	NCI	AMI	Alg_I	Alg_II	Prog	Geo	Aprob
II	1.000	.432**	.391**	.238	.376**	.188	.362**	.210
NCI		1.000	.585*	.442**	.425**	.403**	.530**	.217
AMI			1.000	.625**	.553**	.518**	.615**	.398**
Alg_I				1.000	.632**	.536**	<u>.776**</u>	.212
Alg_II					1.000	.692**	.537**	.487**
Prog						1.000	.567**	.476***
Geo							1.000	.394*
Aprob								1.000

\* Correlación significativa al 0.01 nivel (bilateral).

De la tabla 2a se nota que las correlaciones más bajas se dan al 5% entre:

- la nota del curso introductorio y el promedio en matemática de la EMS;
- el promedio en matemática de la EMS y las notas de las asignaturas de Análisis Matemático I, Álgebra II y Lógica y Geometría.

Las notas que muestran una mayor correlación al 1% son Análisis Matemático I con Álgebra I y Álgebra I con Álgebra II.

Cabe destacar que, a pesar de la significación del coeficiente de correlación en todos los casos, el promedio en matemática de la EMS es el valor que muestra una menor correlación con respecto a las notas obtenidas por los estudiantes en las asignaturas del primer año analizadas en ambas carreras.

De la tabla 2b podemos apreciar que el Índice de Ingreso (II) no está correlacionado ni con las notas en Álgebra I y en Programación, ni con el hecho de que el estudiante apruebe el año lectivo. Las notas del curso introductorio y de Álgebra I tampoco muestran correlacionarse con aprobar el año lectivo.

El índice de ingreso a la Educación Superior es la variable que muestra el más bajo nivel de correlación con el resto de las variables analizadas y el nivel más alto lo muestra con la nota del curso introductorio, el cual es de solo 0.432. Las variables

que muestran una mayor correlación son, de una parte Álgebra I y Geometría y de la otra Álgebra II y Programación. Las correlaciones en el curso 2008-09 son menores en relación a sus similares en el curso 2007-08, sólo la correlación entre el Índice de Ingreso y la nota del curso introductorio mantiene un comportamiento similar. El análisis antes realizado demuestra la existencia de una discontinuidad en el rendimiento académico, derivada del hecho inesperado de que un estudiante con excelentes resultados en la EMS no logre aprobar con buenas calificaciones (o ni siquiera apruebe) asignaturas básicas de la carrera, incluyendo el curso introductorio en el cual los contenidos que el alumno recibe son simplemente una recapitulación de los contenidos que supuestamente recibió y aprobó en la EMS.

### *2.2. Nuevas variables para los datos 2008-09*

A partir de la información recopilada y de los resultados obtenidos en 2007-08, se procedió a la confección de una matriz binaria, en lo adelante denotada por MBin, con las variables que inicialmente se habían considerado referentes a las notas obtenidas en el 1er año de la Carrera: en Análisis Matemático I (AM\_I), Álgebra I y II (Alg\_I, Alg\_II respectivamente), Programación (Prog) y Geometría (Geo), generando por cada una de ellas 4 variables en función de la nota obtenida; por ejemplo la variable Prog en 2007-08 solo medía los valores aprobado o desaprobado, mientras que en 2008-09 se han considerado las variables Prog2, Prog3, Prog4 y Prog5 para los diferentes niveles de nota en la asignatura Programación, buscando afinar el análisis realizado el curso anterior. Este mismo criterio se ha aplicado a la variable II, que medía el índice de ingreso, considerando cuatro variables a partir de ella: II\_2, II\_3, II\_4 e II\_5, para medir las notas en intervalos especificados en las tablas 3(a, b), en que aparecen las variables consideradas y su codificación.

Tabla 3a : Codificación binaria de las variables, curso 2008-09.

Característica medida	Variable	Codificación
Nota del curso introductorio	NCI	0 si la nota es menor a 60 puntos (desaprobado), 1 en caso contrario (aprobado).
	CC	0 si el alumno estudia Ciencia de la Computación, 1 si el alumno estudia Matemática
Carrera	CM	0 si el alumno estudia Matemática , 1 si el alumno estudia Ciencia de la Computación.
	SexM	0 si es del sexo Femenino 1 si es del sexo Masculino
Sexo	SexF	0 si es del sexo Masculino 1 si es del sexo Femenino
	Prov_a	1 si el alumno es de Las Tunas, 0 si es de otra provincia.
Provincia	Prov_b	1 si el alumno es de Holguín, 0 si es de otra provincia.
	Prov_c	1 si el alumno es de Granma, 0 si es de otra provincia.
	Prov_d	1 si el alumno es de Santiago de Cuba, 0 si es de otra provincia.
	Prov_e	1 si el alumno es de Guantánamo, 0 si es de otra provincia.
	Prov_f	1 si el alumno es extranjero 0 si es de otra provincia de Cuba
	Índice de ingreso a la Educación Superior	II_2
II_3		1 si la nota está en el intervalo [60,90), 0 en caso contrario.
II_4		1 si la nota está en el intervalo [90,95], 0 en caso contrario
II_5		1 si la nota está en el intervalo (95,100], 0 en caso contrario
Clas_a		1 si el alumno es externo, 0 si es becado.
Clase	Clas_b	1 si el alumno es becado, 0 si es externo.
	Alg_I2	1 si la nota es 2 (desaprobado), 0 en caso contrario
Nota en la asignatura Análisis Matemático I	Alg_I3	1 si la nota es 3, 0 en caso contrario
	Alg_I4	1 si la nota es 4, 0 en caso contrario
	Alg_I5	1 si la nota es 5, 0 en caso contrario
	AM_I2	1 si la nota es 2 (desaprobado), 0 en caso contrario
Nota en la asignatura Álgebra I	AM_I3	1 si la nota es 3, si no 0
	AM_I4	1 si la nota es 4, si no 0
	AM_I5	1 si la nota es 5, si no 0



Tabla 3b : Codificación binaria de las variables, curso 2008-09.

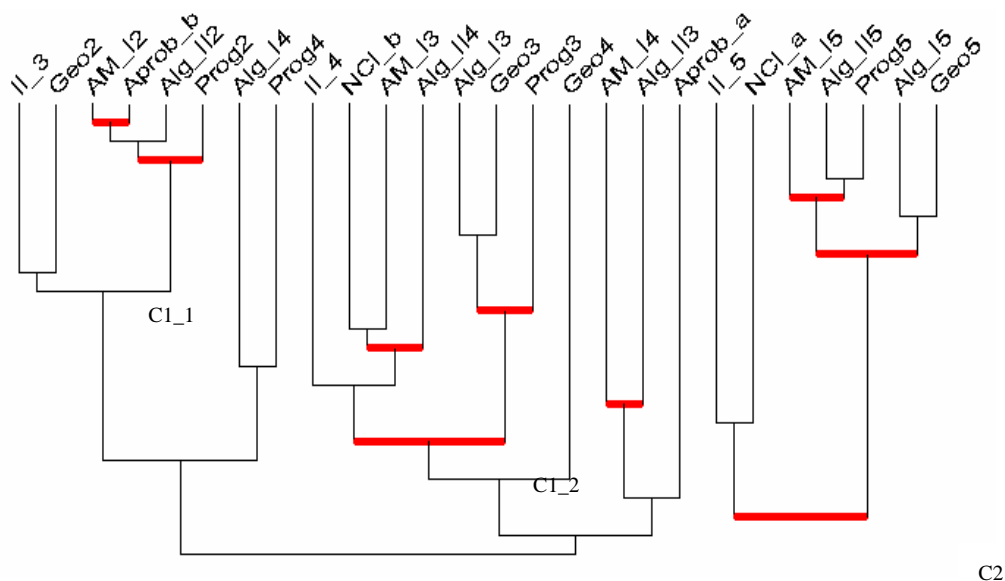
Característica medida	Variable	Codificación
Nota en la asignatura Álgebra II	Alg_II2	1 si la nota es 2 (desaprobado), 0 en caso contrario
	Alg_II3	1 si la nota es 3, 0 en caso contrario
	Alg_II4	1 si la nota es 4, 0 en caso contrario
	Alg_II5	1 si la nota es 5, 0 en caso contrario
	Prog2	1 si la nota es 2 (desaprobado), 0 en caso contrario
Nota en la asignatura Programación	Prog3	1 si la nota es 3, 0 en caso contrario
	Prog4	1 si la nota es 4, 0 en caso contrario
	Prog5	1 si la nota es 5, 0 en caso contrario
	Geo2	1 si la nota es 2 (desaprobado), 0 en caso contrario
Nota en la asignatura de Geometría	Geo3	1 si la nota es 3, 0 en caso contrario
	Geo4	1 si la nota es 4, 0 en caso contrario
	Geo5	1 si la nota es 5, 0 en caso contrario
Aprobado en el año	Aprob_a	1 si el alumno aprobó el año, 0 en caso contrario
	Aprob_b	1 si el alumno desaprobó el año, 0 en caso contrario

A modo de aclaración, un estudiante se considera que aprobó un año académico en la educación superior cubana si aprobó todas las asignaturas a cursar en ese año (MES, 1998).

### 3. Empleo del AEI mediante el programa informático CHIC

#### 3.1. Análisis de similaridad

De la aplicación del CHIC a la matriz Mbin, de datos 2008-09, se obtuvo, en primer lugar, el árbol de similaridad que se muestra en la figura 1, marcándose los nodos significativos (en trazos más gruesos), siendo el nivel 1 el más significativo.



**Figura 1 : Árbol de similaridad de la matriz Mbin (2008-09).**

De dicho árbol se aprecia que se forman varias clases de cuasi equivalencia, entre las cuales podríamos destacar, en primer lugar, las clases C1 y C2:

$$C1 = \{II_3, Geo2, AM:I2, \dots, Alg:II3, Aprob_a\}, C2 = \{II_5, NCI_a, \dots, Geo5\}$$

La clase C1 agrupa las variables asociadas a las calificaciones entre 2 y 4 puntos y la C2 agrupa a las variables que representan las máximas calificaciones en las asignaturas que se incluyen en el análisis y representa un nodo significativo.

La clase C1 está integrada por varias subclases, entre las que podemos destacar la clase C1\_1, que muestra la similitud entre ingresar a la carrera con un índice entre 60 y 90 puntos y sacar 2 en todas las asignaturas, con excepción del Álgebra I y desaprobado el curso, que refuerza la percepción de la discontinuidad de la formación en matemáticas entre los niveles preuniversitario y superior y que a su vez muestran un comportamiento más natural que la similitud reportada en Zamora y Díaz (2008) limitada a la nota del curso introductorio y la de Análisis Matemático I; la clase C1\_2, que muestra la similitud entre desaprobado el curso introductorio y aprobar con 3 el Análisis Matemático I y luego, a un nivel superior, obtener calificación de 4 en Álgebra II, siendo este un nodo significativo. En esa misma clase se muestra la similitud entre aprobar con 3 puntos el Álgebra I y la Geometría, y posteriormente se les une la Programación también con 3 puntos.

La clase C2 agrupa en primer lugar las notas de 5 en Álgebra y Programación con un índice de 0.999979, mostrando la similitud en el comportamiento de las notas en estas asignaturas, luego se une la variable que representa la máxima evaluación en Análisis Matemático I, lo cual ocurre a un nivel significativo con un índice de 0.999769. De forma similar se unen las variables que representan la máxima

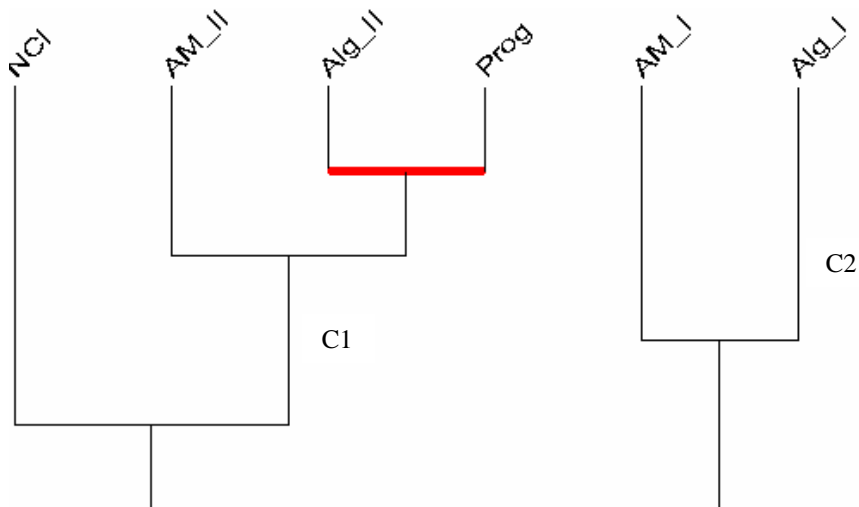
calificación en Álgebra I y Geometría, con índice de similaridad de 0.999698 y a un nivel más bajo, de 0.815352, las del índice de ingreso y la del curso introductorio. En resumen, en esta clase se evidencia la similitud existente entre ingresar a las carreras con un Índice superior a los 95 puntos, aprobar el curso introductorio y el resto de las asignaturas estudiadas con la máxima calificación.

Las variables que miden el índice de ingreso aparecen relacionadas con las clases de la siguiente manera, teniendo en cuenta que II\_2 no aparece, pues no hay estudiantes con índice de ingreso menor que 60 puntos:

- II\_3 [60, 90): Se relaciona con las asignaturas suspensas (con nota 2).
- II\_4 [90, 95]: Se relaciona con notas de aprobado justo, o sea, 3 puntos, y con los alumnos que desaprobaron el curso introductorio, reflejado en la variable NCI\_b.
- II\_5 (95, 100]: Se relaciona con los mejores resultados docentes y con los que debieron haber obtenido mejores notas en el curso introductorio.

Esto muestra en alguna medida una discontinuidad en los resultados de los estudiantes en el paso de la enseñanza preuniversitaria a la superior, por ejemplo, todos los estudiantes clasificados en el grupo correspondiente a la variable II\_3 tienen en realidad índice de ingreso entre 85 y 90, que es un buen valor de notas, sin embargo, no logran aprobar el primer año de su carrera.

En 2007-08, se había observado la similaridad entre las variables de Programación y las variables de las asignaturas impartidas en el segundo semestre, Álgebra II y Análisis Matemático II, y de manera significativa la relación Prog-AlgII.



**Figura 2 : Árbol de similaridad datos 2007-08.**

La primera clase C1, agrupa las notas de las asignaturas Álgebra II, Programación, Análisis Matemático II y el curso introductorio conteniendo el único nodo significativo, mientras que a segunda clase agrupaba las notas de las asignaturas de Análisis Matemático I y Álgebra I.

Este árbol mostraba también (Zamora y Díaz, 2008), que:

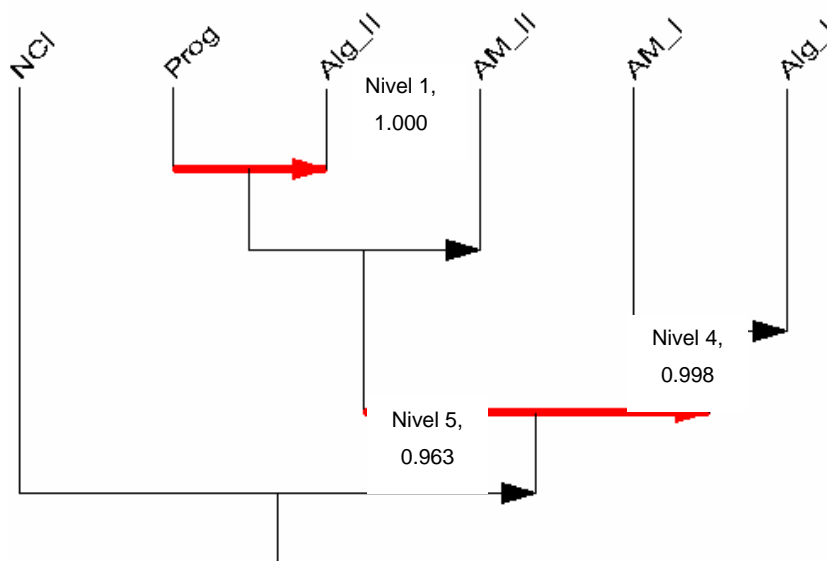
- a) Se manifiesta similitud entre grupos de asignaturas cuyos reportes evaluativos se dan en el mismo semestre, los de la primera clase en el segundo semestre y los de la segunda en el primer semestre.
- b) La nota del curso introductorio muestra una mayor similitud con las notas de las asignaturas del segundo semestre, las cuales, del estudio descriptivo, se aprecia que son más bajas que las del primer semestre, lo cual puede estar determinado por el hecho de que pocos estudiantes pasan limpios (con todas las asignaturas del primer semestre aprobadas) al segundo semestre, provocando un obstáculo psicológico y académico en el estudiante, que tiene que vencer las asignaturas del segundo semestre, para las cuales requiere de habilidades que no ha logrado adquirir, y teniendo pendiente un grupo de asignaturas del primer semestre, con una única oportunidad de vencer en exámenes extraordinarios de fin de curso.

Los resultados, tanto de 2007-08 como de 2008-09, corroboran el comportamiento histórico del rendimiento de los estudiantes en las asignaturas matemáticas y de programación de ambas carreras, según se puede comprobar en las actas de exámenes finales y en los chequeos evaluativos que se desarrollan periódicamente en las juntas de años.

### *3.2. Análisis de la cohesión*

Para facilitar una primera aproximación a la cohesión de las variables, se analiza inicialmente el árbol cohesivo de los datos del curso 2007-08, el cual muestra que se ha conformado una sola clase de asignaturas, que además resulta significativa (con un índice de cohesión de 0.963). Esta clase contiene a su vez a los nodos más significativos al nivel 1 y 4 (con altos índices de cohesión de 1 y 0.998 respectivamente).

Observemos además que las asignaturas que aparecen involucradas en las clases del árbol cohesivo estaban ya próximas en las mismas clases del árbol de similitud.



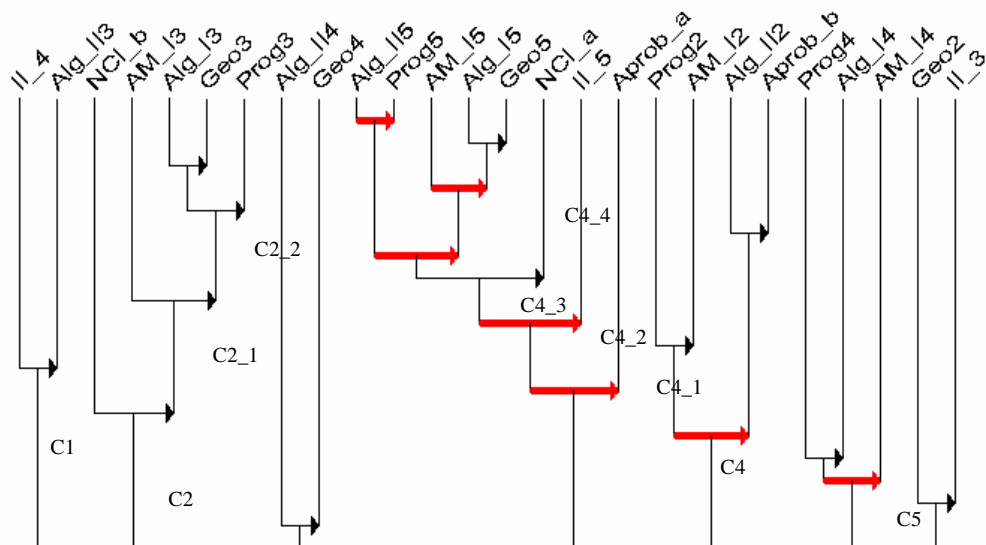
**Figura 3 : Árbol cohesivo, datos 2007-08.**

A partir de la estructuración que se ha obtenido del árbol cohesivo se desprende la formación de las siguientes meta reglas  $C : C_1 \Rightarrow C_2$ , donde a su vez  $C_1 : (\text{Prog} \Rightarrow \text{Alg\_II}) \Rightarrow \text{AM\_II}$ , con un índice de cohesión de 1 y  $C_2 : \text{AM\_I} \Rightarrow \text{Alg\_I}$ , con un índice de cohesión de 0.999 y  $\text{NCI} \Rightarrow C$ , con un índice de 0.963, son meta reglas definidas a partir de reglas o meta reglas, las cuales se detallan a continuación:

- C1: si el estudiante aprueba Programación entonces aprueba Álgebra II, y de aprobar ambas asignaturas, entonces aprueba Análisis Matemático II;
- C2: si el estudiante aprueba Análisis Matemático I, entonces aprueba Álgebra I;
- $\text{NCI} \Rightarrow C$ : si el estudiante aprueba el curso introductorio, entonces ocurre C.

Es decir, aprobar el curso introductorio, aparece como condición suficiente para aprobar todas las asignaturas, en el orden que establece la regla C, siendo determinante aprobar Programación y Álgebra II, para aprobar el resto.

La figura 4, correspondiente al árbol cohesivo de los datos del curso 2008-09, muestra que se han conformado siete clases de cuasi - implicación.



**Figura 4 : Árbol cohesitivo, datos 2008-09.**

C6

C7

A partir de la estructuración que se ha obtenido del árbol cohesitivo se desprende la formación de las siguientes reglas y meta reglas:

- C4: Esta clase es la que establece el conjunto de reglas y meta-reglas más significativas entre las variables, mostrando gran cohesión entre las variables que establecen la nota máxima, 5, en todas las materias observadas, incluyendo en ella, la nota mayor de ingreso (II\_5), el aprobado del curso introductorio (NCI\_a) y el aprobado global del curso (Aprob\_a) como los últimos consecuentes de la siguiente meta-regla:

Si los alumnos han obtenido la calificación máxima en todas las materias (y en un determinado orden de implicación) entonces han aprobado también el curso introductorio, y si sucede todo ello, entonces esos estudiantes son los que tenían la máxima puntuación en la nota de acceso y aprueban todas las materias del curso.

Esta meta-regla puede parecer trivial, si se considera de forma aislada, pero marca, no obstante, ciertos aspectos que nos parece interesante señalar y para ello vamos a descomponerla en las siguientes meta- reglas:

- ◆ C4.3:  $(Alg\_II5 \Rightarrow Prog5) \Rightarrow AM\_I5) \Rightarrow (Alg\_I5 \Rightarrow Geo5)$

Establece el orden creciente de facilidad para conseguir la máxima nota, entre las asignaturas:

Si el estudiante aprueba con 5 el Álgebra II, aprobará con 5 la Programación, de suceder esto, aprobará con 5 el Análisis Matemático

I y esto implica que de aprobar con 5 el Álgebra I lo hará también en la Geometría.

- ◆ C4 :  $[(C4.3 \Rightarrow NCI\_a) \Rightarrow II\_5] \Rightarrow Aprob\_a$

Regla que establece que de suceder lo expresado en C4.3 aprobará el curso introductorio y todo lo anterior implica que el índice de ingreso a la educación superior estará entre 95 y 100 puntos. De suceder todo lo anterior, finalmente el estudiante aprobará el 1er año de la carrera. Las asignaturas que aparecen involucradas en esta meta regla, estaban próximas en el árbol de similaridad.

Esta meta-regla nos permite constatar el hecho de que las variables aprobado global de todas las materias y aprobado en el curso introductorio, aparezcan en esta clase de máximas puntuaciones de todas las materias y de que el mayor índice de ingreso también se encuentra como condición necesaria, pero no suficiente de esta clase.

- C5 :  $(Prog2 \Rightarrow AM\_I2) \Rightarrow (Alg\_II2 \Rightarrow Aprob\_b)$

Esta meta regla significa que si el estudiante desaprueba Programación, desaprobará el Análisis Matemático I, lo cual a su vez implica que, de desaprobar el Álgebra II, desaprobará el año.

- C6 :  $(Prog4 \Rightarrow Alg\_I4) \Rightarrow AM\_I4$

Si el estudiante aprueba Programación con 4 puntos, aprobará Álgebra I con 4 puntos, y de suceder esto, aprobará el Análisis Matemático I con 4 puntos también.

- C1 :  $II\_4 \Rightarrow Alg\_II3$

Si el estudiante ingresa a la carrera con un índice entre 90 y 95 puntos, aprobará la asignatura de Álgebra II con 3 puntos.

- C7 :  $Geo2 \Rightarrow II\_3$

Esta regla muestra que si el estudiante desaprueba Geometría entonces su índice de la enseñanza precedente se encuentra entre 60 y 90 puntos.

- C2 :  $NCI\_b \Rightarrow C2\_1$ , donde a su vez  $C2\_1 : AM\_I3 \Rightarrow C2\_2$ , siendo  $C2\_2 : (Alg\_I3 \Rightarrow Geo3) \Rightarrow Prog3$

Si el estudiante desaprueba el curso introductorio, entonces obtendrá 3 en Análisis Matemático I y de ocurrir lo anterior, implica que de aprobar con

3 el Álgebra I y la Geometría, aprobará también con 3 la Programación. Estas variables aparecían agrupadas en el árbol de similaridad, con excepción de Álgebra I con 3 puntos.

- $C3: Alg\_II4 \Rightarrow Geo4$

Si el estudiante aprueba con 4 puntos el Álgebra II, aprobará con 4 la Geometría.

Comparando las informaciones obtenidas a partir de los resultados de 2007-08 y de 2008-09, se pueden constatar los resultados siguientes:

- Los resultados obtenidos en las asignaturas de Programación y Algebra II, implican generalmente esos mismos resultados en Análisis Matemático y posteriormente en Algebra I y en Geometría.
- En 2007-08, los resultados de la asignatura de Programación implican los resultados de Álgebra II, mientras que en 2008-09 se mantiene el sentido de esa implicación para el desaprobado (clase C5) y para aprobados con 4 (clase C6) y se invierte para el aprobado con 5 puntos en que los resultados de Álgebra II marcan los resultados obtenidos en Programación, siendo significativo en ambos casos este nivel de implicación.
- Los resultados obtenidos en el curso introductorio (NCI) muestran que en el curso 2007-08 aprobarlo aparecía como condición suficiente para aprobar el resto de asignaturas del curso (en el orden de implicación señalado), mientras que en 2008-09 la variable que marca el aprobado del curso introductorio (NCI\_a) aparece como condición necesaria en la clase que agrupa las asignaturas con mayor puntuación en su antecedente:

$$[(Alg\_II5 \Rightarrow Prog5) \Rightarrow AM\_I5] \Rightarrow (Alg\_I5 \Rightarrow Geo5) \Rightarrow NCI\_a$$

y el desaprobado (NCI\_b), aparece como suficiente en la clase que establece aprobados justos (con nota 3) en las materias, poniendo de manifiesto el hecho de que hay alumnos que aprueban las asignaturas del curso, habiendo suspendido el curso introductorio.

- Respecto a la variable que mide la nota del índice de ingreso (II), que aparecía como no relacionada con el resto de variables en 2007-08, sigue sin aportar informaciones estadísticamente significativas en 2008-09, pese a su desdoblamiento por niveles; en la única clase en que aparece II en un nodo significativo es el nivel máximo de este índice II-5, en que aparece



como condición necesaria para la obtención de las notas máximas de todas las asignaturas, lo que parece evidente.

A continuación se muestran, a modo de ejemplo de salida del CHIC, los valores de riesgo de la tipicalidad de cada una de las variables suplementarias definidas, en los nodos: 1 (que conforma la clase  $Alg\_II5 \Rightarrow Prog5$  y es el nodo más significativo), el 13 (que conforma la clase C4 y es también un nodo significativo) y el 15 (que conforma la clase C5 y es significativo). Se decidió incluir los resultados de las tipicalidades de las variables suplementarias para estas clases debido a que: la primera contiene al nodo más significativo, la segunda contiene la implicación a la variable “Aprobado” y la tercera a la variable “Desaprobado”.

- Tipicalidad de la clase  $Alg\_II5 \Rightarrow Prog5$ : Con grupo óptimo compuesto por 13 estudiantes, de los de mejores calificaciones generales del año. Las variables suplementarias más típicas y contributivas a la formación de la clase ( $Alg\_II5 \Rightarrow Prog5$ ) son la provincia de Santiago de Cuba (riesgo de 0.0554) y los estudiantes externos (riesgo de 0.0627). Interesaba conocer el comportamiento por sexos, pero hay un riesgo muy alto en ambos casos: mujeres (0.0625) y hombres (0.546). Los resultados obtenidos del análisis de la contribución de las variables suplementarias no se incluyen debido a que fueron idénticos a los obtenidos en el análisis de la tipicalidad.
- Tipicalidad de la clase C4  
[[ $(Alg\_II5 \Rightarrow Prog5) \Rightarrow AM\_I5$ ]  $\Rightarrow (Alg\_I5 \Rightarrow Geo5) \Rightarrow NCI\_a \Rightarrow II\_5 \Rightarrow Aprob\_a$ ]  
: Con el mismo grupo óptimo anterior, exceptuando un estudiante (12 estudiantes). Las variables suplementarias más típicas y contributivas a la formación de la clase C4 son nuevamente la provincia de Santiago de Cuba (riesgo de 0.0804) y los estudiantes externos (riesgo de 0.0965). Los resultados obtenidos del análisis de la contribución de las variables suplementarias son idénticos a los obtenidos en el análisis de la tipicalidad, excepto en la conformación del grupo óptimo, en el que cambia un estudiante.
- Tipicalidad de la clase C5 ( $Prog2 \Rightarrow AM\_I2$ )  $\Rightarrow (Alg\_II2 \Rightarrow Aprob\_b)$ :  
Con grupo óptimo de 8 estudiantes, de entre los de más bajos resultados, ninguno aprobó el año. Para la contribución a la clase C5 el grupo óptimo se conforma con 5 estudiantes del grupo anterior. Las variables suplementarias más típicas a la formación de la clase C5 son el sexo

masculino (riesgo de 0.26), los estudiantes extranjeros (riesgo 0.136) y los estudiantes cubanos becados (riesgo de 0.336) y las más contributivas el sexo masculino (riesgo de 0.333), los estudiantes de Granma (riesgo de 0.303) y los estudiantes becados (riesgo de 0.345).

### 3.3. Análisis implicativo

El grafo implicativo de la figura 5 muestra las relaciones de implicación entre las notas de las asignaturas aprobadas y el aprobado en el curso introductorio (NCI), con los datos de 2007-08. El origen del grafo lo constituye NCI, la nota del curso introductorio y a partir de él se conforma la estructuración de las cadenas de implicaciones.

- El camino  $NCI \rightarrow Prog \rightarrow Alg\_II \rightarrow AM\_I \rightarrow Alg\_I$  marca que los alumnos que aprueban el curso introductorio, aprueban la asignatura Álgebra I, si son capaces de aprobar las asignaturas de Programación, Álgebra II y Análisis Matemático I. Todas estas implicaciones son válidas con un nivel de confiabilidad del 99%.

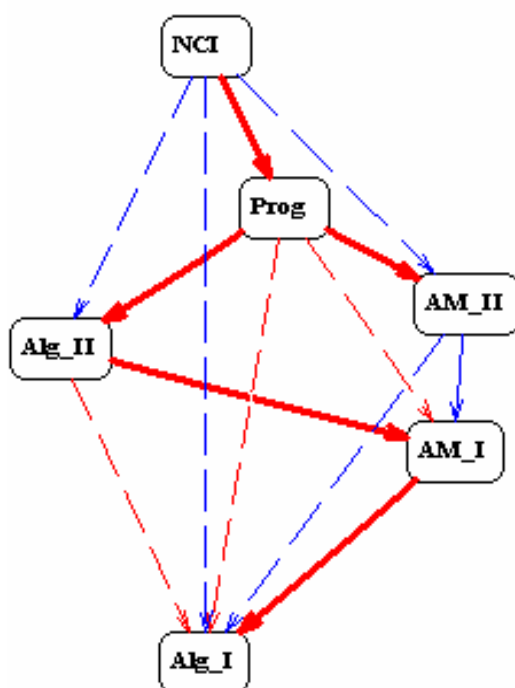


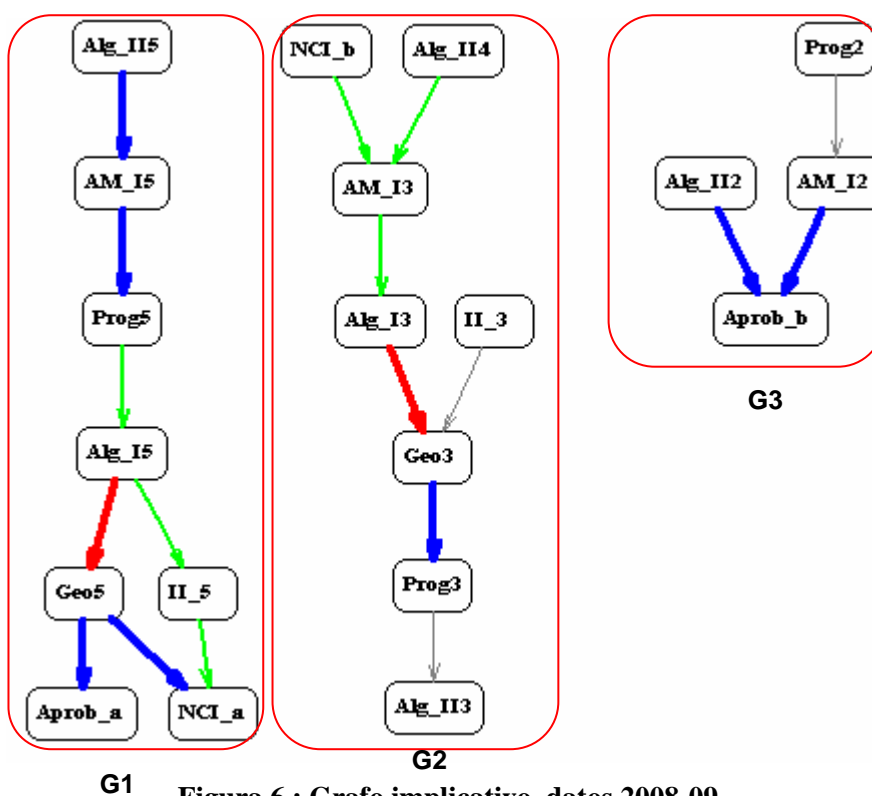
Figura 5: Grafo implicativo, datos 2007-08.

- El camino  $NCI \rightarrow Prog \rightarrow AM\_II \rightarrow AM\_I \rightarrow Alg\_I$  coincide con el anterior, excepto por el hecho de que contiene ahora como elemento

central las notas en la asignatura de Análisis Matemático II y que la implicación hacia el Análisis Matemático I se da con un nivel de confiabilidad del 95%.

- No hay implicación directa del NCI al AM\_I, pero si al resto de las variables con un nivel de confiabilidad del 95%, exceptuando la Programación que la implica con un nivel de confiabilidad del 99%.

Del grafo también se observa que los estudiantes que aprueban Programación, aprueban el resto de las asignaturas consideradas en el estudio, con una confiabilidad de 99%, exceptuando la asignatura de AM\_I, para la cual existe una implicación por transitividad. A continuación, la figura 6 muestra el grafo implicativo a partir de los datos del curso 2008-09, para las nuevas variables consideradas, al tener en cuenta los niveles de las notas. En el grafo aparecen las implicaciones con índice de cuasi implicación de 0.99 (azul) y 0.95 (rojo) con trazo más grueso, en tanto 0.90 (verde) y 0.85 (gris) con trazo más fino. Como se observa en la figura, se forman tres grafos bien delimitados, en el primero aparecen las asignaturas con las calificaciones máximas, en el segundo con calificaciones de 3 vinculadas con otras asignaturas y en el tercero algunas asignaturas con evaluaciones de mal.



**Figura 6 : Grafo implicativo, datos 2008-09.**

En el primer grafo se aprecia un tronco común, que luego se desdobra en dos ramas:

- El tronco común  $Alg\_II5 \rightarrow AM\_I5 \rightarrow Prog5 \rightarrow Alg\_I5$  marca que los alumnos que aprueban con la máxima calificación las asignaturas de Álgebra II, aprueban el Álgebra I con la máxima calificación, si son capaces de aprobar con 5 puntos las asignaturas de Análisis Matemático I y Programación. Las tres primeras implicaciones son válidas con un nivel de confiabilidad del 99% y la última al 90%. En este punto el camino se desdobra en dos ramas,
  - ♦  $\dots \rightarrow Alg\_I5 \rightarrow Geo5 \rightarrow Aprob\_a$  o  
 $\dots \rightarrow Alg\_I5 \rightarrow Geo5 \rightarrow NCI\_a$ , lo cual significa que el estudiante que ha llegado a aprobar la asignatura de Algebra I con 5 puntos aprobará el curso académico y también habría aprobado el curso introductorio con la máxima calificación.
  - ♦  $\dots \rightarrow Alg\_I5 \rightarrow II5 \rightarrow NCI\_a$ , lo cual significa que el estudiante que ha llegado a aprobar la asignatura de Algebra I con 5 puntos ha ingresado a la carrera con un índice promedio superior a 95 puntos y ha aprobado el curso introductorio con 5 puntos.

En el segundo grafo se pueden destacar tres caminos:

- El primero y el segundo solo se diferencian en el nodo de origen:  $NCI\_b(Alg\_II4) \rightarrow AM\_I3 \rightarrow Alg\_I3 \rightarrow Geo3 \rightarrow Prog3 \rightarrow Alg\_II3$ , si el estudiante desapueba el curso introductorio (aprueba Álgebra II con 4), entonces aprobará Álgebra II con 3 puntos si aprueba con 3 las asignaturas Análisis Matemático I, Álgebra I y Geometría.
- El tercer camino  $II3 \rightarrow Geo3 \rightarrow Prog3 \rightarrow Alg\_II3$  nos informa que si el alumno ingresa a la educación superior con un índice entre 60 y 90 puntos, entonces aprobará el Álgebra II con 3 puntos si es capaz de aprobar con 3 puntos la Geometría y la Programación.

El tercer grafo lo conforman dos caminos:

- $Alg\_II2 \rightarrow Aprob\_b$ , el cual indica que con un nivel de confiabilidad del 95%, si el estudiante desapueba Álgebra II, desaprobará el curso.
- $Prog2 \rightarrow AM\_I2 \rightarrow Aprob\_b$ , este camino indica que de desaprobar el alumno la Programación, desaprobará el Análisis Matemático I con una

confiabilidad del 85%, y de desaprobado el Análisis Matemático I desaprobará el curso con una confiabilidad del 95%.

Luego del análisis detallado del grafo implicativo resultante del procesamiento del curso 2008-09 y comparando las informaciones obtenidas anteriormente del curso 2007-08, se pueden constatar los resultados siguientes, en relación con las variables correspondientes a las notas del curso introductorio NCI, el aprobado o desaprobado general del año académico (Apro\_a, Aprob-b) y el resto de las asignaturas (teniendo en cuenta la nota obtenida en cada una de ellas):

- Confirmar lo expresado en el análisis del árbol cohesivo respecto al aprobado en el curso introductorio de 2007-08: al iniciar la cadena de implicaciones, esto le confiere a la NCI el carácter de condición suficiente, con respecto al aprobado del resto de asignaturas; en tanto, en 2008-09 la variable que marca el aprobado del curso introductorio (NCI\_a) aparece como condición necesaria para la cadena de implicación entre las asignaturas con mayor puntuación. Respecto al desaprobado en el curso introductorio, (NCI\_b), vuelve a aparecer también como suficiente en la clase que establece aprobados justos (con nota 3) en las materias, poniendo de manifiesto el hecho de que hay alumnos que aprueban las asignaturas del curso, habiendo suspendido el curso introductorio.
- Las variables que miden el aprobado o desaprobado global del primer año académico (Aprob\_a, Aprob\_b), las cuales aparecen al final de las cadenas de implicación de G1 y G3, respectivamente, marcan una doble evidencia: que el hecho de haber obtenido la máxima nota en todas las asignaturas, implica que se han aprobado todas las asignaturas y que no aprobar Álgebra II o Análisis Matemático I, supone no aprobar todo el curso. Sin embargo, esta última evidencia, está aportando una nueva información: los que no aprueban todo el curso, es porque han suspendido Álgebra II o Análisis Matemático I y que suspender Programación implica suspender también Análisis Matemático.

#### **4. Conclusiones**

El estudio realizado sobre el rendimiento académico de los estudiantes del primer año de las carreras de Licenciatura en Matemática y Licenciatura en Ciencia de la Computación, en el curso 2008-2009, como continuación de la investigación comenzada en el año 2008, mostró la existencia de una contradicción entre la

supuesta preparación que traen los estudiantes de la Educación Media Superior, reflejada en los altos valores de índices de ingreso y los bajos resultados que obtienen en el curso introductorio y, fundamentalmente, en las asignaturas de corte matemático y de programación, confirmando los resultados expuestos en Zamora y Díaz (2008).

Aquel estudio evidenció que los estudiantes que aprueban el curso introductorio tienen una alta probabilidad de vencer las asignaturas contempladas en el estudio, pero esto no permitía evaluar la calidad con la cual el estudiante venció dichas asignaturas. Con el desglose realizado en el presente trabajo, según el nivel de éxito alcanzado por el estudiante, esta dificultad es superada, como podemos apreciar en las siguientes observaciones:

- a) Se evidencia la similitud existente entre ingresar a las carreras con un índice superior a los 95 puntos, aprobar el curso introductorio y el resto de las asignaturas estudiadas con la máxima calificación.
- b) Estudiantes con índice de ingreso entre 85 y 90, que es un buen valor de notas, no logran aprobar el primer año de su carrera.
- c) Estudiantes con índice de ingreso entre 90 y 95, valores que se pueden considerar excelentes en la enseñanza media, logran solo un aprobado con la menor calificación y que por demás, desaprobaron el curso introductorio.

Las observaciones (b) y (c) constituyen una confirmación de la discontinuidad en los resultados de los estudiantes en el paso de la enseñanza preuniversitaria a la superior. También, en comparación con el estudio del año anterior, han surgido cambios interesantes que nos llevan a preguntarnos lo siguiente:

- a) ¿Ha habido retroceso en las condiciones de estudio en las residencias estudiantiles para los estudiantes becados? En los resultados del curso 2007-08 esta clasificación de estudiante fue la más contributiva al aprobado, no así en el nuevo estudio.
- b) Se evidencia el papel dominante que ha jugado la asignatura de Álgebra II dentro del conjunto de asignaturas analizadas en el curso 2008-09, un tanto diferente al curso 2007-08 en que lo fue Programación, que también lo ha sido en otros cursos anteriores, según otros tipos de estudios. ¿El nuevo plan de estudios introducido en el curso 2008-09 habrá provocado este cambio?

A partir del análisis de las variables suplementarias más típicas y contributivas se nota que los estudiantes de la carrera de Ciencia de la Computación del sexo masculino influyen en las notas más altas y los del femenino en el aprobado general, procedentes de la provincia de Santiago de Cuba y los estudiantes externos son los que mejores resultados han obtenido en cuanto a porcentaje de aprobados.

En cambio los estudiantes de la propia carrera de Ciencia de la Computación, del sexo masculino, los estudiantes extranjeros y los estudiantes cubanos becados de la provincia de Granma son los de más bajo resultados en cuanto al porcentaje de aprobados. Para la obtención de los resultados de esta investigación el empleo del sistema informático CHIC resultó ser un instrumento de gran valor, pues permitió identificar asociaciones y estructuraciones entre las asignaturas que posibilitaron profundizar en la interpretación de los resultados.

## Referencias

- Bosch, M., Fonseca, C., Gascón, J. (2004). Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 24, n° 2.3, pp. 205-250.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 19, n° 2, pp. 221-266.
- Fonseca, C. (2004). *Discontinuidades Matemáticas y Didácticas entre la Enseñanza Secundaria y la Enseñanza Universitaria*. Tesis doctoral. Universidad de Vigo.
- Fonseca, C., Gascón, J., Orús, P. (2003). *Las Organizaciones Matemáticas en el paso de Secundaria a la Universidad. Análisis de los resultados de una Prueba de Matemáticas de los alumnos de 1º de la UJI*. Universitat Jaume I. Castellón.
- Gascón, J., Muñoz-Lencada, M.; Sales, J.; Segura, R. (2004) Matemáticas en secundaria y Universidad: razones y sinrazones de un desencuentro. Comunicación presentada en el marco de las “Jornadas sobre Educación Matemática”. Santiago de Compostela. En [http://www.agapema.com/activ/act\\_formacion/jornadas.htm](http://www.agapema.com/activ/act_formacion/jornadas.htm). Visitado en 15 de enero de 2009.
- Gras R., Larher A. (1992), L'implication statistique, une nouvelle méthode d'analyse de données, *Mathématique, Informatique et Sciences Humaines*, E.H.E.S.S. Paris, n°120 1992, 5-31.
- Lerman, I. C. (1981). *Classification et analyse ordinale des données*. Paris: Dunod.
- Ministerio de Educación Superior (MES) de la República de Cuba (1998). Resolución 86/98 sobre el trabajo organizativo docente.
- Orús, P. (2001). Análisis de datos e Investigación en Didáctica de las Matemáticas. Ponencia Invitada del Seminario sobre Metodología del V Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Almería.
- Orús, P., Ortega, L. (2006). La percepción de los alumnos respecto de sus aprendizajes en Matemáticas de 1º año de universidad. XX Jornadas de Matemática de la Zona Sur. Universidad de los Lagos: 26-04-2006. Internacional.



“*Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)*”, n°20 suppl 1, 2010  
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)  
A.S.I. 5 Proceedings 5-7- November 2010

[http://www.uji.es/CA/departaments/mat/estructura/personal/&p\\_per\\_id=65237](http://www.uji.es/CA/departaments/mat/estructura/personal/&p_per_id=65237).

Zamora, L., Díaz, J. (2008). Aplicación del análisis estadístico implicativo al estudio del rendimiento académico de estudiantes de primer año de las carreras de Matemática y Ciencia de la Computación. *Cadernos do IME – Série Estatística*, v. 25, p. 01 - 17.