

Programma del corso Analisi Matematica 2 II modulo

Corso di Laurea in Scienze Fisiche A.A. 2011-2012

(Docente: Dott. G. Ciraolo)

Spazi metrici e funzioni continue

Spazi metrici: introduzione, esempi e definizioni di base. Metrica euclidea di \mathbb{R}^n e sue proprietà. Prodotto scalare e norma euclidea in \mathbb{R}^n . Topologia di \mathbb{R}^n . Insiemi compatti in spazi metrici. Teorema di Heine Borel. Funzioni continue in spazi metrici. Teorema di permanenza del segno. Teoremi di Weierstrass e di Heine Cantor. Insiemi connessi e teorema di esistenza degli zeri. Successioni in spazi metrici. Spazi metrici completi e Teorema delle contrazioni di Banach-Caccioppoli. Spazi vettoriali e spazi normati.

Successioni e serie di funzioni

Successioni di funzioni: convergenza puntuale e uniforme. Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale e di derivata. Serie di potenze. Test M di Weierstrass. Teorema di Abel.

Calcolo differenziale per funzioni di più variabili reali

Derivate parziali, derivate lungo un vettore (in particolare, derivate direzionali). Differenziabilità e differenziale di una funzione in un punto. Differenziabilità e continuità. Differenziabilità e derivabilità. Il Teorema del differenziale. Il gradiente di una funzione reale. Espressione della derivata lungo un vettore mediante il gradiente. Derivate e differenziali per funzioni vettoriali. La matrice jacobiana. Differenziabilità e differenziale di una funzione composta. Derivate parziali di una funzione composta. Derivate successive. Il Teorema di Schwarz. Differenziali di ordine superiore. Formule di Taylor col resto di Peano e di Lagrange. Funzioni omogenee e Teorema di Eulero. Massimi e minimi relativi e assoluti per una funzione reale di più variabili reali. Il Teorema di Fermat. Punti critici (o stazionari). La matrice hessiana per una funzione C^2 e suo uso per la determinazione della natura di un punto critico. Studio del caso generale (n qualsiasi) mediante lo studio degli autovalori della matrice hessiana e con il metodo dei minori principali di nord-ovest. Studio locale del segno di una funzione reale per lo studio della natura dei punti critici.

Equazioni differenziali ordinarie

Equazioni differenziali ordinarie: introduzione, esempi e definizioni di base. Teorema delle contrazioni di Banach-Caccioppoli. Problema di Cauchy per un sistema di equazioni differenziali del I ordine. Teorema di esistenza e unicità locale per il Problema di Cauchy-Lipschitz. Prolungamento della soluzione locale di un problema di Cauchy. Esistenza di un prolungamento massimale e condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza di un prolungamento. Lemma di Gronwall. Teorema di esistenza globale per il Problema di Cauchy. Equazioni a variabili separabili. Metodo della variazione delle costanti arbitrarie. Valutazione qualitativa della soluzione di

un problema di Cauchy. Equazioni e sistemi lineari: caso omogeneo e caso non omogeneo. Equazioni lineari d'ordine n . Equazioni lineari a coefficienti costanti. Sistemi lineari omogenei a coefficienti costanti. Metodo della riduzione dell'ordine per equazioni lineari del secondo ordine. Equazioni lineari di Eulero. Equazione di Bernoulli.

Funzioni di variabile complessa

Funzioni di variabile complessa. Limiti e continuità. Funzioni olomorfe. Condizioni di Cauchy-Riemann. Derivate formali. Serie di potenze. Alcune funzioni elementari. Integrazione di una funzione di variabile complessa. Teorema di Cauchy. Applicazione del Teorema di Cauchy al calcolo degli integrali: integrali di Fresnel e altri esempi. Valore Principale di Cauchy. Formula integrale di Cauchy. Teorema di Morera. Teorema di Liouville. Funzioni olomorfe e Serie di Taylor. Serie di Laurent. Singolarità isolate e loro classificazione. Residui di una funzione analitica. Teorema dei residui. Applicazioni del teorema dei residui al calcolo di integrali.

Testi consigliati

- Ahlfors - Complex Analysis; an introduction to the theory of analytic functions of one complex variable;
- Fusco, Marcellini, Sbordone - Analisi Matematica due;
- Giusti - Analisi Matematica 2;
- Markusevic - Elementi di teoria delle funzioni analitiche;
- Pagani, Salsa - Analisi matematica (volume 2);
- Trapani - Un modulo di Analisi due.