

## **Programma del corso Analisi Matematica IIB**

Corso di Laurea in Scienze Fisiche A.A. 2008-2009

(Docente: Dott. G. Ciraolo)

### **Equazioni differenziali ordinarie**

Equazioni differenziali ordinarie: introduzione, esempi e definizioni di base. Teorema delle contrazioni di Banach–Caccioppoli. Problema di Cauchy per un sistema di equazioni differenziali del I ordine. Teorema di esistenza e unicità locale per il Problema di Cauchy-Lipschitz. Prolungamento della soluzione locale di un problema di Cauchy. Esistenza di un prolungamento massimale e condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza di un prolungamento. Lemma di Gronwall. Teorema di esistenza globale per il Problema di Cauchy. Equazioni a variabili separabili. Metodo della variazione delle costanti arbitrarie. Valutazione qualitativa della soluzione di un problema di Cauchy. Equazioni e sistemi lineari: caso omogeneo e caso non omogeneo. Equazioni lineari d'ordine  $n$ . Equazioni lineari a coefficienti costanti. Sistemi lineari omogenei a coefficienti costanti. Metodo della riduzione dell'ordine per equazioni lineari del secondo ordine. Equazioni lineari di Eulero. Equazione di Bernoulli.

### **Funzioni e campi vettoriali**

Campi vettoriali: definizioni di base, esempi, derivabilità e differenziabilità. Campi conservativi. Divergenza e rotore di un campo vettoriale. Lavoro di un campo vettoriale, campi conservativi.

### **Superfici ed integrali superficiali**

Superfici regolari e piano tangente. Superfici parametrizzate e proprietà: linee coordinate, cambiamenti di variabili, superfici orientabili. Esempi di superfici parametrizzate; nastro di Möbius. Bordo di una superficie. Superfici chiuse. Area di una superficie. Integrali di superficie. Calcolo di baricentri e momenti d'inerzia. Flusso di un campo vettoriale. Teorema di Stokes. Teorema di Gauss (o della divergenza). Campi solenoidali.

### **Cenni sull'ottimizzazione vincolata**

Massimi e minimi vincolati; il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

### **Funzioni di variabile complessa**

Funzioni di variabile complessa. Limiti e continuità. Funzioni olomorfe. Condizioni di Cauchy-Riemann. Derivate formali. Serie di potenze. Test  $M$  di Weierstrass. Teorema di Abel. Alcune funzioni elementari. Integrazione di una funzione di variabile complessa. Teorema di Cauchy. Applicazione del Teorema di Cauchy al calcolo degli integrali: integrali di Fresnel e altri esempi. Valore Principale di Cauchy. Formula integrale di Cauchy. Teorema di Morera. Teorema di Liouville. Funzioni olomorfe e Serie di Taylor. Serie di Laurent. Singolarità isolate e loro classificazione. Residui di una funzione analitica. Teorema dei residui. Applicazioni del teorema dei residui al calcolo di integrali.

### **Serie di Fourier**

Serie di Fourier: definizioni di base, coefficienti di Fourier, serie di Fourier di funzioni pari e dispari, forma esponenziale complessa. Disuguaglianza di Bessel. Teoremi di convergenza per le Serie di Fourier: convergenza puntuale, convergenza totale e convergenza uniforme. Integrazione e derivazione termine a termine delle serie di Fourier. Velocità di convergenza a zero dei coefficienti di Fourier. Identità di Parseval. Alcune applicazioni delle Serie di Fourier.

### **Cenni sulle trasformate di Fourier**

Trasformata di Fourier: definizioni di base. Proprietà della trasformata di Fourier: linearità, formula del ritardo, formula della modulazione, formula del cambiamento di scala, trasformata della derivata, trasformata del prodotto di convoluzione. Lemma di Riemann–Lebesgue. Trasformata di una Gaussiana. Cenni sulla formula d'inversione e sull'uguaglianza di Parseval. Calcolo di Trasformate di Fourier con il Teorema dei Residui. Qualche applicazione della Trasformata di Fourier.

### **Testi consigliati**

- Ahlfors - Complex Analysis; an introduction to the theory of analytic functions of one complex variable;
- Fusco, Marcellini, Sbordone - Analisi Matematica due;
- Giusti - Analisi Matematica 2;
- Markusevic - Elementi di teoria delle funzioni analitiche;
- Pagani, Salsa - Analisi matematica (volume 2);
- Trapani - Un modulo di Analisi due.